

Discussion Paper No. 421

自然利子率の推計：
Laubach-Williams モデルの適用と今後の展望

芝浦工業大学

長原 徹

中央大学

藪田 雅弘

March 2026



INSTITUTE OF ECONOMIC RESEARCH
Chuo University
Tokyo, Japan

自然利子率の推計 : Laubach-Williams モデルの適用と今後の展望¹

長原徹 (芝浦工業大学)

藪田雅弘 (中央大学)

要旨

本研究の目的は昨今の自然利子率に関する議論を整理し、これまで提案されてきたいくつかの方法を適用し、日本の自然利子率の推計を試みることである。具体的には、フィルタリングによって実質金利のトレンド部分を抽出し、その抽出部分を自然利子率と見なす 1 変数の時系列アプローチと、Laubach-Williams モデルと呼ばれるマクロ経済モデルの解として自然利子率を導出する方法、以上 2 つの方法によって自然利子率を推計する。最後に、自然利子率推計に関する今後の展望を述べる。

キーワード 自然利子率、フィルタリング、Laubach-Williams モデル

JEL 分類 C32・E31・E43

¹ 本論文は九州経済学会第 75 回大会での報告内容を加筆・修正したものである。学会報告時には、座長の池下研一郎先生をはじめ、セッション参加者から多くの貴重なコメントを頂戴した。ここに記して感謝申し上げます。なお本研究は、文部科学省 科学研究費補助金 (研究代表者 中平千彦明海大学教授 基盤研究(C)22K01504) の助成を受けて実施した。

1. はじめに

金融政策の有効性を分析する際、自然利子率と政策金利の実質値の大小関係が重要であることを日本銀行関係者は唱えてきた²。すなわち、政策金利の実質値と自然利子率の相対的關係によって緩和効果が実体経済へと波及していくのであり、「政策金利の実質値 > 自然利子率」のとき金融政策スタンスは引き締めのとなり産出量は完全雇用水準から低下し物価も下押しされ、逆に「政策金利の実質値 < 自然利子率」のとき金融政策スタンスは緩和的となり産出量や物価が押し上げられることになる。ここで、自然利子率は均衡実質金利とも呼ばれるものであり、経済や物価に対して引き締めのにも緩和的にも作用しない中立的な金利水準のことである。もともとは Wicksell(1898)が提唱した利子率であり、完全雇用のもとで貯蓄と投資を一致させる均衡実質金利であるとする理解が一般的である。

本研究の目的は昨今の自然利子率に関する議論を整理するとともに、いくつかの手法で自然利子率の推計を行い、それを提示することにある。上述のとおり自然利子率の推計値によって金融政策の有効性を検証することが可能になるが、本研究の目的はそうした有効性の検証は副次的なものであり、まずは先行研究で提示された手法に厳密にしたがった形で自然利子率の推計を試みることにある。続く第 2 節では本稿に関連するいくつかの先行研究を提示する。そこでは、フィッシャーの原典にあたることでフィッシャー方程式における実質金利の議論を精査する。また、昨今の自然利子率に関する研究のうち日銀関係者によって公表されたもののいくつかをサーベイする。第 3 節では、フィッシャー方程式にしたがって実質金利を推計し、その実質金利のトレンド部分を自然利子率に近似させるという岩崎他(2016)で行われている手法によって自然利子率の推計値を算出する。第 4 節では、ともに FRB エコノミストである Laubach 氏と Williams 氏が提案した手法にしたがって自然利子率の推計を試みる。この手法は現在でも日本銀行や FRB によって採用されているものであり、後述するように、統計解析用の専用ソフトウェアを使用して複雑なモデルを解くことによって推計値が算出されることになる。このように第 3 節と第 4 節でそれぞれ異なる手法で自然利子率を推計することになるが、第 3 節の手法は簡便な方法、第 4 節の手法は複雑な手法と位置づけることができる。最後に第 5 節において、本研究で得られた結果をもとにした考察と本研究の結論、今後の研究の発展可能性について述べる。

2. 先行研究サーベイ

いわゆるフィッシャー方程式、すなわち名目金利が実質金利と期待インフレ率の和によって表されるという議論は Fisher(1896)において見つけられる。そこでは、フィッシャー

² 例えば岩崎他(2016)や宮尾・新谷(2018)を参照。

方程式のオリジナル版として

$$j = i + a + i \cdot a$$

という関係が示されている³。ここで、 j は小麦を基準とした年利子率、 i は金を基準とした年利子率、 a は金の1年間の期待価値上昇率である。この関係についてフィッシャーは「(相対的に) 減価が発生している基準での利子率は以下の3つの項の和に等しい。すなわち、価値上昇が発生している基準での利子率とその価値上昇率それ自体と両者の積である」⁴と述べている。 $i \cdot a$ の項を無視できるほど小さいものと見なせば、名目金利＝実質金利＋期待インフレ率というフィッシャー方程式の原型が見出されるのである。フィッシャーがこの関係によって主張したかったのは、中路(1997)によれば「小麦に対する金の相対的な価値上昇が予見されるかどうかにより、二つの利子率間の調整が可能になるかどうかが決まる」ということのようなのである。これに対し、フィッシャー方程式に対するその後の解釈はさまざまであり、Gibson(1970)は「フィッシャーの指摘にあるように、貸付がなされている期間におけるインフレーションは、貸し手の元本と利子の実質価値を引き下げることを通じて、貸し手にキャピタル・ロスをもたらす」⁵と述べ、名目金利と実質金利の区別をもとにインフレーションがもたらす損失を分析したことをフィッシャーの貢献に挙げている。これと全く異なる解釈もあり、Routledge(1977)は「インフレーションが完全に予見される場合とそうでない場合の区別を、フィッシャー自身が強調したはずであるのに、近年の論者はそれを見落としてしまっている」⁶とし、貨幣価値の変化すなわちインフレの予見可能性こそがフィッシャーが注目していたものであり、この点をフィッシャー方程式の意義であると述べている⁷。

フィッシャー方程式に関連した研究としては、他に佐竹(2006)が挙げられる。そこではインフレ率の変化が名目利子率に反映されるであろうというフィッシャー仮説が検証され、インフレ率が低く安定している局面においては **The Inverted Fisher Hypothesis** と呼ばれる通常のフィッシャー仮説とは異なるもの、すなわちインフレ率の変化が名目利子率でなく実質利子率に反映されるという仮説が成立することが示されている。

一方、自然利子率に関する最近の研究において本稿が参考とするのは日本銀行企画局の岩崎他(2016)や日本銀行政策委員会審議委員を務めた宮尾龍蔵氏の研究(宮尾・新谷(2018))である。これらの研究においては、自然利子率の計測に関するいくつかの方法が紹介され、紹介された方法を用いて実際に自然利子率の計測が行われている。その方法とは以下の3つ

³ ここで紹介するフィッシャー方程式に関する議論は中路(1997)や中路(2002、第4章)を参考にしている。

⁴ Fisher(1896, p.9)より。訳文については中路(2002)にしたがった。

⁵ Gibson(1970, pp.433-4)より。

⁶ Routledge(1977, p.200)より。

⁷ 以上のフィッシャー方程式に関する評価については中路(2002、99-102 ページ)を参考にした。

である⁸。すなわち、①1変数の時系列アプローチ、②Laubach-Williams モデルを用いた方法、③動学的確率的一般均衡モデルを用いた方法である。①の方法はフィルタリングという手法を使い、現実には観察される系列からトレンド部分を取り出すものである。一般に時系列データはトレンド成分と循環成分、そして不規則変動成分からなる。こうした複数の構成要素からなる観察される系列からトレンド成分のみを取り出す手法がフィルタリングであり、HP (Hodrick - Prescott) フィルターやBK (Baxter - King) フィルターなどが知られている。次に②の方法について説明すると、この方法は Laubach 氏 と Williams 氏によって提案されたものであり、ミクロ的基礎をもたないものの標準的な経済理論を前提として自然利子率が推計される方法である。標準的な経済理論を前提にするというのは、この方法においてマクロの IS 曲線とフィリップス曲線が与えられているためである。これら 2 本の曲線に自然利子率と潜在成長率の関係式が加えられ、これらの方程式体系に産出量や物価上昇率などの観察データが代入され、最終的に自然利子率が推計される⁹。③の方法は家計や企業の動学的最適化行動を考慮したうえでミクロ的基礎をもったモデルから自然利子率が推計されるものである。具体的には、代表的家計、代表的企業、中央銀行を経済主体として想定し、各主体の主体均衡から一般均衡を導出する。このもとで最終的に得られる均衡値としての利子率が自然利子率であると考えられる。実際の推計方法としては、ディープパラメータと呼ばれる政策ルールの変更などによって影響を受けない値を設定し、そのうえで連立方程式体系を解くというカリブレーションの手法がとられる。

3. 実質金利と自然利子率の推計

ここでは Nagahara(2012)にしたがい最初にカールソン・パーキン法の概略を説明し、この手法によって期待インフレ率を推計する。そしてフィッシャー方程式にしたがい、名目金利から推計された期待インフレ率を差し引いて実質金利を算出する¹⁰。

3.1 サーベイデータを用いた実質金利の推計

⁸ 3つの分類は新谷・宮尾(2018)にしたがった。

⁹ 方程式体系の全容は岩崎他(2016、6ページ)を参照のこと。

¹⁰ 使用したデータは以下のとおりである。期待インフレ率の推計のために使用したデータは内閣府『消費動向調査』『物価の見通し』アンケート調査と総務省統計局「消費者物価指数」であり、これらのデータの2004年3月までを活用した。これは、2004年3月までと同年4月以降とでアンケートの質問項目が変更され、調査内容が不連続になっているためである。名目金利は、宮尾・新谷(2018)にしたがい、コールレート(無担保オーバーナイト物)を使用している。すべてのデータの頻度は、内閣府『消費動向調査』が四半期ごとの公表データであるため、四半期データとなっている(消費者物価指数とコールレートについては、月次で公表されている月中平均値を四半期ごとの期中平均値に算出し直した)。

サーベイデータである『消費動向調査』における「物価の見通し」の結果を用いて期待系列を推計する方法はカールソン・パーキン法と呼ばれる。その概略は以下のとおりである。最初に次の三つの仮定をおく。

仮定(i)各アンケート回答者は物価上昇率の変化を感知する臨界点 δ_t を有し、この臨界点はすべての回答者について共通である。

仮定(ii)各回答者は、時点 t に形成した期待インフレ率 $E_t\pi_t$ が $\pi_t + \delta_t$ を上回れば(π_t は基準となる足元のインフレ率)そのアンケート調査でインフレ率が「上がる」と答える。一方、期待インフレ率が $\pi_t - \delta_t$ を下回る場合には、インフレ率が「下がる」と答える。 $E_t\pi_t$ が $[\pi_t - \delta_t, \pi_t + \delta_t]$ の範囲に収まった場合、回答者は「不変」と答える。

仮定(iii)各回答者は期待インフレ率 $E_t\pi_t$ について主観的確率分布をもち、その分布は正規分布 $N(\mu_t, \sigma_t^2)$ にしたがう。ただし、 μ_t は期待インフレ率の母集団の平均値、 σ_t^2 はその分散である。

この μ_t の値は以下の作業を通じて求められる。

ここでインフレ率が「上昇する」と回答した標本比率を A_t 、「下落する」と回答した標本比率を B_t とすれば

$$\begin{aligned} A_t &= \Pr(E_t\pi_t > \pi_t + \delta_t) = \Pr\left(\frac{E_t\pi_t - \mu_t}{\sigma_t} > \frac{\pi_t + \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right) \\ &= \Pr\left(\frac{E_t\pi_t - \mu_t}{\sigma_t} > a_t\right) \\ &= 1 - \Phi(a_t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_t &= \Pr(E_t\pi_t < \pi_t - \delta_t) = \Pr\left(\frac{E_t\pi_t - \mu_t}{\sigma_t} < \frac{\pi_t - \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right) \\ &= \Pr\left(\frac{E_t\pi_t - \mu_t}{\sigma_t} < b_t\right) \\ &= \Phi(b_t) \end{aligned}$$

$\Phi(\cdot)$ は累積標準正規分布関数であり、 A_t と B_t はアンケート調査から得られるので、 a_t ($\equiv (\pi_t + \delta_t - \mu_t)/\sigma_t$)と b_t ($\equiv (\pi_t - \delta_t - \mu_t)/\sigma_t$)の値が正規分布の統計数値表から求められる。一方、 a_t と b_t の定義から

$$\mu_t = \pi_t - \delta_t \frac{a_t + b_t}{a_t - b_t}, \quad \sigma_t = \frac{2\delta_t}{a_t - b_t}$$

である。 π_t は足元のインフレ率、 a_t と b_t は既知なので、 μ_t すなわち $E_t\pi_t$ を導出するため

には臨界点 δ_i がわかればよい。

δ_i の計算方法にはいくつか方法があるが、ここでは堀・寺井(2004)において比較的最ももらしい結果が出ている合理的期待形成に基づく方法を用いることにする¹¹。それによれば、期待物価上昇率は過去 n 期間の実現値を情報として形成されることになる。このとき

$$\delta_i = \frac{C_i + \sqrt{C_i^2 + 16D_i}}{8}$$

$$\text{ただし } C_i = \frac{\sum_{k=n}^i (q_k - \pi_k)(a_k^2 - b_k^2)}{t - n + 1}, \quad D_i = \frac{\sum_{k=n}^i (q_k - \pi_k)^2 (a_k - b_k)^2}{t - n + 1}, \quad q_k = \frac{\pi_{t+2} + \pi_{t+1}}{2}$$

である¹²。こうして得られた δ_i と既知の a_i 、 b_i を(A-1)式に代入すれば、期待インフレ率 $E_t \pi_t (\equiv \mu_t)$ が導出される¹³。

こうして推計された期待インフレ率を、無担保コール翌日物金利（名目短期金利）と日本相互証券が公表する10年物国債新発債流通利回り（名目長期金利）からそれぞれ引き算して算出されたものを順に実質短期金利と実質長期金利とした。

3.2 自然利子率の推計

自然利子率の推計は岩崎他(2016)や宮尾・新谷(2018)におけるフィルタリングによってトレンド部分を抜き出す方法にしたがう。例えば岩崎他(2016)によれば、「中央銀行がテイラールールが想定するように物価上昇・需要超過に対して政策金利である短期金利を引き上げ、物価下落・供給超過に対して短期金利を引き下げると、観察される実質短期金利は自然利子率の周りを変動しているはず」¹⁴であり、したがって自然利子率が実質短期金利のトレンド部分を表すものであると解釈することができる。この解釈にしたがい、上の3.1で算出された実質金利にHPフィルタをかけて自然利子率が推計された。

実質短期金利の水準とそのトレンド部分の推移は図1のとおりである。ただし、横軸は四半期単位であり、すべての年の第2四半期が表記されている。この、実質金利のトレンド

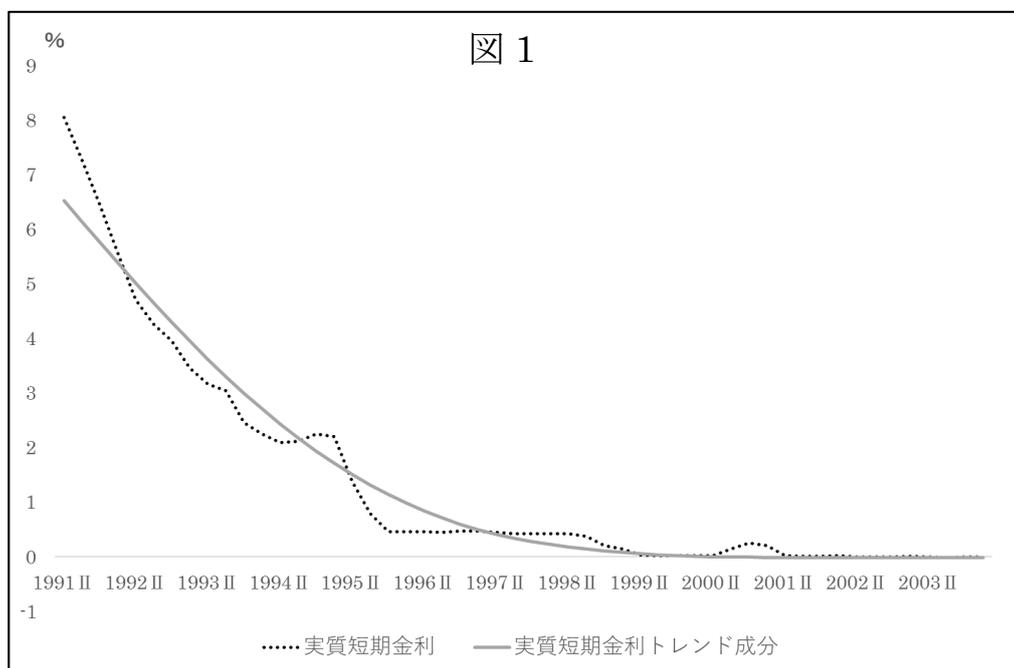
¹¹ 内閣府(2003)でもこの方法がとられている。なお δ_i の計算に関するこれ以外の方法は堀・寺井(2004)が詳しい。

¹² δ_i および C_i 、 D_i の導出法については堀・寺井(2004、脚注6)を参照のこと。 q_k の定義は、堀・寺井(2004、12ページ)を参考にして、ここで問題にしている期待インフレ率が半期ベースであることからこのように定義した。また n の値は内閣府(2003)にならい12とした。

¹³ ただし以上の議論で注意すべきことは『消費動向調査』の「物価の上がり方」の設問が今後半年間を対象にしていることである。このため、実際の算定にあたっては、ここで用いられたインフレ率を2四半期前比とすることで半期後の期待インフレ率を算出し、それを年率化するという調整が行われている。

¹⁴ 岩崎他(2016、2ページ)より。

部分が自然利子率そのものであるというのが上述の①のアプローチである。



4. LW モデルを用いた自然利子率の推計

先述のとおり、Laubach 氏 と Williams 氏が提案した自然利子率の推計手法は、標準的なマクロ経済理論における IS 曲線とフィリップス曲線を基礎としている¹⁵。これら 2 本の曲線に自然利子率と潜在成長率の関係式が加えられ、これらの方程式体系に産出量やインフレ率などの観察データが代入され、最終的に自然利子率が推計される。この方程式体系が LW モデルと呼ばれるのである。

具体的なモデル体系は以下のとおりである¹⁶。

IS 曲線

$$y_t = y_t^* + \alpha_1(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \alpha_2(y_{t-2} - y_{t-2}^*) - \frac{\alpha_3(r_{t-1} - r_{t-1}^* + r_{t-2} - r_{t-2}^*)}{2} + \varepsilon_t^y \quad (1)$$

フィリップス曲線

$$\pi_t = \beta_1\pi_{t-1} + \beta_2 \sum_{i=2}^4 \frac{\pi_{t-i}}{3} + (1 - \beta_1 - \beta_2) \sum_{i=5}^8 \frac{\pi_{t-i}}{4} \quad (2)$$

¹⁵ Laubach and Williams(2003)で米国の自然利子率に関する推計が行われているが、その後このモデルを改良した Holston, Laubach, and Williams(2017)において自然利子率推計の国際比較が行われている。

¹⁶ 以下のモデル体系と各変数の定義は岩崎他(2016)にしたがっている。

$$+\beta_3(y_{t-1} - y_{t-1}^*) + \beta_4(\pi_t^I - \pi_t) + \beta_5(\pi_t^O - \pi_t) + \varepsilon_t^\pi$$

ここで、 y は産出量、 y^* は潜在産出量、 r は実質短期金利、 r^* は自然利子率、 π は一般物価上昇率、 π^I は輸入物価上昇率、 π^O は原油価格上昇率、 ε_t^y と ε_t^π は誤差項である。

さらに、観測不能な変数である y^* と r^* について、以下の関係を仮定する。

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \varepsilon_t^{y^*} \quad (3)$$

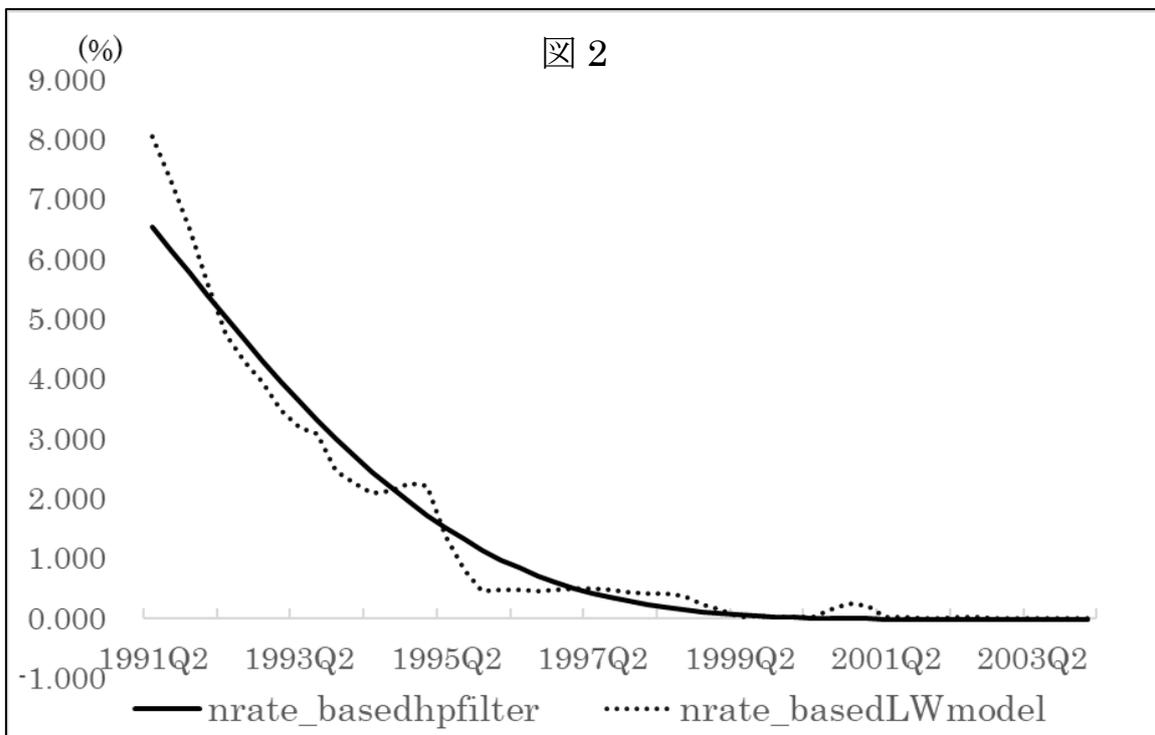
$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (4)$$

$$r_t^* = c g_t + z_t \quad (5)$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t^z \quad (6)$$

ここで、 g は潜在成長率のトレンド、 ε^{y^*} と ε^g はそれぞれ潜在成長率に対する一時的、永続的なショック、 z は時間選好率など自然利子率の水準に影響するその他全ての要素、 ε^z は時間選好率を変動させる需要要因の変化など z に対するショックである。

推計に当たっては、まず(5)式を(1)式に代入し、(1)、(2)式を観測方程式、(3)、(4)、(6)式を状態方程式として、カルマン・フィルタによって、 y^* 、 g 、 z およびパラメータの値を求める。また、それらを(5)式に代入して r^* を算出する。わが国のデータを適用した推計値は下の図2のとおりである。実線は第3節で算出した実質金利のトレンド部分として推計された自然利子率の推移であり、点線がLWモデルにもとづき算出された自然利子率の推移である。



5. 考察と結論

本稿では昨今の自然利子率に関する議論を整理するとともに、日銀関係者によって紹介された方法を参考にして自然利子率の推計を行った。具体的には、名目金利＝実質金利＋期待インフレ率で定義されるフィッシャー方程式を念頭に、カールソン・パーキン法を用いて期待インフレ率を推計し、名目金利から期待インフレ率を差し引くことで実質金利を算出する。このように算出された実質金利をフィルタリングにかけ、抽出されたトレンド部分を自然利子率とする方法が第一の方法である。さらに、LW モデルにもとづき、複数の方程式体系の解として自然利子率を求める方法が第二の方法である。このように、2つの方法で推計された自然利子率が上掲の図2においてともに描かれた。図2によれば、LW モデルにもとづいて推計された自然利子率のほうがより起伏が見られることが分かる。これは、LW モデルにもとづく推計方法はマクロ経済理論を根拠としている故に、より現実経済におけるさまざまなショックに自然利子率が反応していることを示唆するものである。

以上の通り、本研究ではフィルタリング手法による簡便な方法と LW モデルにもとづくより複雑な方法で自然利子率の推計が行われた。第2節で述べたように、動学的確率的一般均衡モデルにもとづき自然利子率を推計することは今後の課題の一つとして挙げられる。また、本研究は自然利子率を推計することに重点を置いたため全く言及しなかったが、推計された自然利子率と現実の政策金利を対比させ、金融政策の有効性を議論することが自然利子率推計の本来の目的である。したがって、今後の研究ではより長期間にわたる自然利子率の推計を行い、非伝統的金融政策や異次元金融緩和政策の有効性を検証することへと研究をさらに発展させたいと考える。

参考文献

- 岩崎雄斗・須藤直・西崎健司・藤原茂章・武藤一郎 (2016) 「わが国における自然利子率の動向」『日銀レビュー』2016-J-18
- 小田信之・村永淳 (2003) 「自然利子率について：理論整理と計測」『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』No. 03-J-5
- 佐竹光彦 (2006) 「日本におけるフィッシャー仮説の検証：TAR モデルを用いた一考察」『同志社大学経済学論叢』第57巻，第3号，173-192 ページ
- 新谷元嗣・宮尾龍蔵 (2018) 「均衡利子率の推計手法および推定結果について」『NIRA 総研バックグラウンド・ペーパー』(URL : http://www.nira.or.jp/president/opinion/entry/n180524_892.html 2023年6月25日閲覧)
- 内閣府 (2003) 『平成15年度年次経済財政報告』
- 内閣府 (2019) 『令和元年度 年次経済財政報告』

- 中路敬 (1997) 「アーヴィング・フィッシャーの利子率決定理論」『経済学史学会年報』
- 中路敬 (2002) 『アーヴィング・フィッシャーの経済学——均衡・時間・貨幣をめぐる形成過程』日本経済評論社
- 堀雅博・寺井晃 (2004) 「カールソン・パーキン法によるインフレ期待の計測と諸問題」ESRI Discussion Paper Series No.91
- 宮尾龍蔵・新谷元嗣 (2018) 「金融政策はジレンマを乗り越えられるか」『NIRA オピニオンペーパー』 No.38
- Fisher, Irving (1896) “Appreciation and Interest,” Publications of the American Economic Association, 11, August, Kelly, N.Y.
- Gibson, William E. (1970) “Interest Rates and Monetary Policy,” *Journal of Political Economy* 78, pp.431-455, May-June.
- Holston, K., Laubach, T. and J. C. Williams (2017) “Measuring the Natural Rate of Interest: International Trends and Determinants,” *Journal of International Economics* 108, pp. S59-S75.
- Laubach, T. and J. C. Williams (2003) “Measuring the Natural Rate of Interest,” *Review of Economics and Statistics* 85(4), pp.1063-1070.
- Nagahara, Toru (2012) “What Does the Long-Term Rate Depend on?”, Ryuzo Kuroki eds. *Keynes and Modern Economics*, Routledge
- Routledge, Jun (1977) “Recent Controversies in Monetary Theory, Irving Fisher and Autoregressive Expectations,” *American Economic Review* 67, pp.200-205, Feb.
- Wicksell, J.G.K. (1898) *Geldzins und Güterpreise: Eine studie über die den Tauschwert des Gelds bestimmenden Ursachen*, Jena: Gustav Fisher, 英語訳 Interest and Prices, London: Macmillan, 1936. (北野熊喜男・服部新一訳、北野熊喜男改訳『利子と物価』日本経済評論社、1984年)

中央大学経済研究所
(INSTITUTE OF ECONOMIC RESEARCH, CHUO UNIVERSITY)
代表者 阿部 顕三 (Director: Kenzo Abe)
〒192-0393 東京都八王子市東中野 742-1
(742-1 Higashi-nakano, Hachioji, Tokyo 192-0393 JAPAN)
TEL: 042-674-3271 +81 42 674 3271
FAX: 042-674-3278 +81 42 674 3278
E-mail: keizaiken-grp@g.chuo-u.ac.jp
URL: <https://www.chuo-u.ac.jp/research/institutes/economic/>