

理工学研究科 博士課程前期課程・博士課程後期課程

研究科	専攻	課程	科目名	入試方式	年度	ページ
理工学	物理学	博士前期	外国語（英語）	一般入学試験（夏季）	2026	1
理工学	物理学	博士前期	専門科目（物理学）	一般入学試験（夏季）	2026	3
理工学	物理学	博士前期	外国語（英語）	一般入学試験（春季）	2026	8
理工学	物理学	博士前期	専門科目（物理学）	一般入学試験（春季）	2026	9
理工学	物理学	博士後期	外国語（英語）	一般入学試験（夏季）	2026	16
理工学	物理学	博士後期	専門科目（物理学）	一般入学試験（夏季）	2026	17

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

I. 以下の英文は “Deep-Learning Generation of High-Resolution Images of Live Cells in Culture Using Tri-Frequency Acoustic Images” (Phys. Rev. X 15, 021015 DOI: 10.1103/PhysRevX.15.021015)のPopular Summaryであり、音波を用いた画像診断装置の精度を生成AIで向上させたという研究について述べている。この英文を読み、以下の問いに答えなさい。
(出典：Fujisawa, N. et al Deep-Learning Generation of High-Resolution Images of Live Cells in Culture Using Tri-Frequency Acoustic Images. Phys. Rev. X. 2025, 15, 021015, DOI:10.1103/PhysRevX.15.021015, <https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.15.021015>, (cited 2025-06-12).)

Ultrasound is widely recognized as a safe imaging technology, as evidenced by its use in prenatal scans. However, its long wavelength limits image resolution, making it difficult to capture fine details. In this study, we present a breakthrough in ultrasound imaging resolution using a novel AI-based approach. Unexpectedly, we find that incorporating both low- and high-frequency acoustic images significantly enhances resolution, enabling long-term observation of living cells at high frame rates.

Long-term imaging of live cells is crucial in biophysical science but has been constrained by the limitations of optical microscopy, where light exposure can damage cells over time. Our deep-learning methodology challenges the conventional belief that only high-frequency signals improve resolution. Instead, we discover that low-frequency components play a crucial role due to mechanical resonance effects in the cell nucleus. This novel insight enables high-resolution, damage-free imaging of live cells for days.

This AI-driven approach overturns the traditional reliance on short wavelengths for high resolution. The implications extend beyond cellular imaging, suggesting that by leveraging specific resonant frequencies of microscopic structures, AI can generate high-resolution images across various fields. Further integration with high-resolution fluorescence imaging will push the boundaries of our understanding of complex biological systems.

Ultrasound 超音波、prenatal 出産前、reliance 信念

2026年4月・2025年9月入学 大学院夏季入学試験問題
理工学研究科 前期課程 物理学専攻
英語

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

1. 高解像度を得るために従来信じられてきたことに反するどのようなやり方が有効だと分かったと述べていますか。
2. 下線部を訳しなさい。
3. 今回発見された方法と従来から使われてきたどのような方法の併用が望ましいという結論になっていますか？英単語3つからなる名詞で答えなさい。

II. 以下の日本語を英訳しなさい。

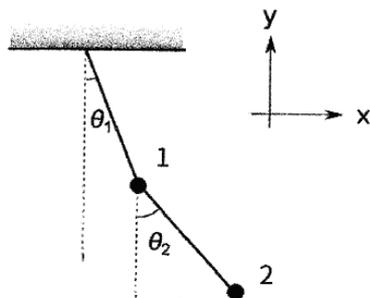
1. エントロピーは断熱系の準静的ではない変化では必ず増大する。
2. 量子力学の不確定性原理のせいで位置と運動量を同時に正確に知ることはできない。

III. あなたが卒研で行っている研究、あるいは輪講で勉強している(いた)内容について100語程度の英文で簡単にまとめなさい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

<注意>以下の4問(I~IV)すべてに解答しなさい。それぞれの問題の解答を別々の解答用紙に記入しなさい。

I 図のように伸び縮みしない長さ l のひもに質量 m のおもり(質点)をつけた2重振り子の問題を解析力学の方法で取り扱う。以下では、水平方向に x 座標、鉛直上向き方向に y 座標をとるものとする。また $\dot{\theta}_i$ は θ_i ($i=1,2$)の時間微分を表すものとする。重力加速度を g として、以下の問いに答えなさい。



- 2つの質点の速度の x, y 成分を $l, \theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ を用いて表しなさい。
- この2重振り子の運動エネルギー K とポテンシャルエネルギー U を $m, g, l, \theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ を用いて表しなさい。
- この2重振り子のラグランジアン $L = K - U$ に対して、 $\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}, \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2}, \frac{\partial L}{\partial \theta_1}, \frac{\partial L}{\partial \theta_2}$ を計算しなさい。
- この2重振り子に対するラグランジュの運動方程式を導きなさい。
- この2重振り子に対して、振幅が十分に小さい場合(微小振動)の基準モードの振動数(角振動数)を求めなさい。また、基準モードを

$$\Theta = A\theta_1 + B\theta_2$$

としたときの B/A を求めなさい。

- 2重振り子の基準モードの特徴を図を用いるなどして、説明しなさい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

Ⅱ 真空中を運動する2つの点電荷間にはたらく電磁気力について考えたい。以下の問いではSI単位系(MKSA単位系)で考え、真空中の誘電率、透磁率、光速をそれぞれ ϵ_0, μ_0, c とする。

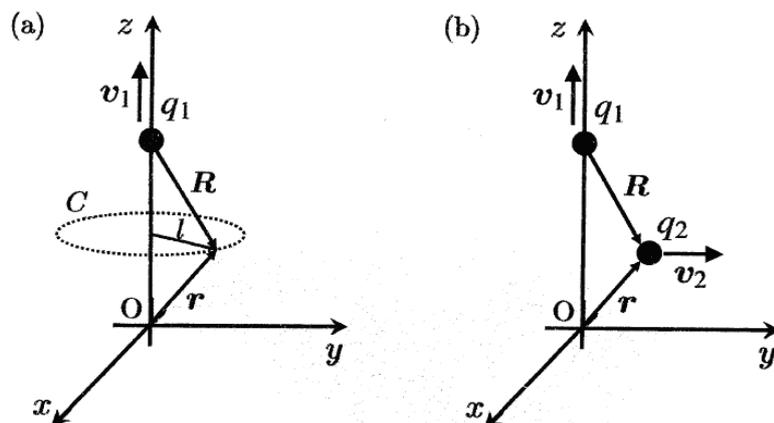


図1: (a) z 軸上を運動する点電荷. (b) 異なる直線上を運動する2つの点電荷.

まず図1(a)に示すように電荷 q_1 をもつ点電荷が z 軸上を速さ v_1 で等速運動しているとき $[v_1 = (0, 0, v_1)]$, 位置 $r = (x, y, z)$ に生じる電場と磁束密度について考える。ここで、ある時刻 t における点電荷 q_1 から位置 r への相対位置ベクトルを $R = (x, y, z - v_1 t)$, その大きさを $R = |R|$, z 軸から位置 r までの距離を l とおく($l = \sqrt{x^2 + y^2}$)。

1. 点電荷 q_1 が位置 r につくる電場 E_1 を R などを用いて表しなさい。ただし、点電荷の速さは光速 c に比べて十分小さく、ある瞬間において静止した点電荷とみなして静電場を考えればよい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

2. 電場 E_1 の時間変化によって位置 r に生じる変位電流密度の z 成分

$$i_z(r, t) = \epsilon_0 \frac{\partial E_{1z}(r, t)}{\partial t}$$

を q_1, v_1, z, t, l を用いて表しなさい。

3. 点電荷 q_1 が位置 r につくる磁束密度 B_1 は、図 1(a) に示した $(0, 0, z)$ を中心とした xy 平面に平行な平面上の半径 l の円周 C 内を貫く変位電流

$$I_z = \int_0^l i_z(l', z, t) \cdot 2\pi l' dl'$$

によって生じると考えることができ、 B_1 の向きは円周 C の接線方向である。また、アンペールの法則によれば、 $2\pi l \cdot |B_1| = \mu_0 I_z$ となる。ここで、磁束密度 B_1 の大きさ $B_1 = |B_1|$ を求め、 q_1, v_1, z, t, l を用いて表しなさい。また、 R などを用いて B_1 をベクトルで表しなさい。

次に図 1(b) のように点電荷 q_1 に加え、電荷 q_2 を持つ点電荷が別の直線上を速度 v_2 で等速運動し、ある瞬間に位置 r に存在したとする。

4. 問 1, 3 の結果を用いて、点電荷 q_2 が点電荷 q_1 のつくる電磁場 E_1, B_1 から受ける力 F_2 を求め、 R などを用いて表しなさい。

5. 問 1 ~ 4 での点電荷 q_1 と q_2 の立場を入れ替えれば、点電荷 q_1 が点電荷 q_2 のつくる電磁場から受ける力 F_1 を求めることができる。このとき、 $F_1 = -F_2$ となる条件を $v_1 \cdot R$ などを用いて表しなさい。また、上記の条件は一般の場合には成立しないが、その物理的な意味を説明しなさい。必要であれば以下の関係を用いてよい。

$$l \times (m \times n) = m(l \cdot n) - n(l \cdot m) \quad (l, m, n \text{ はベクトル}).$$

6. $v_1 = v_2 = v$ ($v = |v|$) かつ、 $v \perp R$ の場合を考える。このときの力 F_2 の大きさ $F_2 = |F_2|$ を q_1, q_2, R, v を用いて表し、速さ v が光速 c に近づく場合に F_2 がどうなるか説明しなさい。必要であれば $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$ の関係を用いてよい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

III 大きさ $\hbar/2$ のスピン角運動量のように2つの量子力学的状態をとりえる系は量子ビットとよばれ、量子情報処理において重要な役割を果たす。この問題では量子ビットの量子状態の操作について考えよう。

量子ビットの状態は一般に次の形に表すことができる。

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle, \quad (0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi < 2\pi). \quad (1)$$

ここで $|0\rangle, |1\rangle$ は2つの直交する量子状態を表し、次のようなベクトルで与えられる。

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

以下の問いに答えなさい。ただし、パウリ行列 $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ の各成分、および単位行列 I は以下で与えられる。

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

- (1) 式の量子状態 $|\psi\rangle$ に対して、ベクトル $\mathbf{b} = (\langle\psi|\sigma_x|\psi\rangle, \langle\psi|\sigma_y|\psi\rangle, \langle\psi|\sigma_z|\psi\rangle)$ を θ, ϕ を用いて表しなさい。
- 問1で得られた \mathbf{b} を図示しなさい。 \mathbf{b} は量子ビットの状態に対応する3次元ベクトルを表し、ブロッホベクトルとよばれる。
- パウリ行列が $\{\sigma_\mu, \sigma_\nu\} = 2\delta_{\mu\nu}$, ($\mu, \nu = x, y, z$) の関係式を満たすことを示しなさい。ただし、 $\{A, B\}$ は演算子 A, B の間の反交換関係を表し、 $\{A, B\} \equiv AB + BA$ と定義する。
- 単位ベクトル $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ に対して等式 $(\sigma \cdot \mathbf{n})^2 = I$ を示しなさい。ただし、 \mathbf{n} の各成分は $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ を満たす。
- ブロッホベクトルを単位ベクトル \mathbf{n} を回転軸として反時計回りに角度 α だけ回転させる演算子は

$$R_{\mathbf{n}}(\alpha) = \exp\left(-i\frac{\alpha}{2}\sigma \cdot \mathbf{n}\right) \quad (4)$$

と表される。(4) 式をテイラー展開し、問3で示した関係を用いることにより

$$R_{\mathbf{n}}(\alpha) = \cos\frac{\alpha}{2}I - i\sin\frac{\alpha}{2}(\sigma \cdot \mathbf{n}) \quad (5)$$

と表せることを示しなさい。

- 以下のハミルトニアンで記述される量子ビットの状態の時間発展を考えよう。

$$H(\gamma) = \frac{\Omega}{2}(\cos\gamma\sigma_z + \sin\gamma\sigma_x), \quad (\Omega > 0) \quad (6)$$

このハミルトニアンにもとづく時間発展演算子 $U = \exp(-iH(\gamma)t)$ をパウリ行列と単位行列 I の線形結合で表しなさい。

- $\gamma = \frac{\pi}{4}$ のとき、時刻 $t = \frac{\pi}{\Omega}$ における時間発展演算子 U を 2×2 行列として表しなさい。
- $\gamma = \frac{\pi}{2}$ のとき、時刻 t における状態 $|\Psi(t)\rangle$ についてブロッホベクトル

$$\mathbf{B}(t) = (\langle\Psi(t)|\sigma_x|\Psi(t)\rangle, \langle\Psi(t)|\sigma_y|\Psi(t)\rangle, \langle\Psi(t)|\sigma_z|\Psi(t)\rangle) \quad (7)$$

を求めなさい。ただし $t = 0$ における初期状態を $|\Psi(t=0)\rangle = |0\rangle$ とする。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

IV

絶対温度 T 、化学ポテンシャル μ の熱平衡状態にある理想ボース気体を考える。系は質量 m の同種粒子から成るものとする。ボース分布関数を、エネルギー ε の関数として

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/(k_B T)} - 1} \quad (1)$$

と書くことにする。ここで、 k_B はボルツマン定数である。 $f(\varepsilon)$ は T と μ にも依存することに注意せよ。

1. 粒子数密度 (単位体積当たりの粒子数) ρ が次の積分で与えられるものと仮定する。

$$\rho = \int_0^\infty f(\varepsilon) D(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2)$$

ただし、系の基底エネルギー (エネルギー固有値の最低値) を零としたので、積分区間は 0 から ∞ までとなっている。また、 $D(\varepsilon)$ は単位体積当たりの状態密度を表し、次式で与えられる。

$$D(\varepsilon) = 2\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} \quad (3)$$

ここで h はプランク定数である。このとき、化学ポテンシャル μ が取り得る値についてある制限が生じる。 μ はどのような値しか取り得ないか、理由とともに答えよ。

2. $a \geq 0$ の関数 $I(a)$ を次の無限級数

$$I(a) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{e^{-\ell a}}{\ell^{3/2}} \quad (4)$$

で定義すると、(2) 式を次のように書き直すことができる。

$$\rho = \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2} I \left(-\frac{\mu}{k_B T} \right) \quad (5)$$

この式の左辺の ρ は、対象としている物質に依って定まっており、以下では (近似的に) 温度に依らず一定値であるものとする。温度を下げていくと、 μ の値はどのように変化するか、(5) 式を用いて説明しなさい。説明にグラフを用いてもよい。

3. ある温度 T_c より低温では、(5) 式の右辺が与えられた ρ の値よりも小さくなってしまい、この等式が破綻してしまう。この温度 T_c を求めなさい。必要な場合、次の関数を用いてよい。

$$\zeta(x) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{1}{\ell^x} \quad (6)$$

4. $T < T_c$ では、(5) 式の右辺に正の付加項 $\rho_0(T)$ を足して等式を成立させる必要がある。 $T < T_c$ において、全粒子数密度 ρ に対する比 $\rho_0(T)/\rho$ は温度比 T/T_c の簡単な関数で表すことができる。これを導出しなさい。また、横軸に T/T_c をとり、 $\rho_0(T)/\rho$ の概要をグラフで示しなさい。 $T < T_c$ と $T \geq T_c$ の両方の領域に対して描きなさい。
5. 上で考察した $T < T_c$ での特別な振る舞いは量子効果による。どうしてそう言えるのか説明しなさい。また、 T_c が高い温度となるのはどのような場合であるか答えなさい。

I. 以下の英文はイオントラップ方式の量子計算機のアーキテクチャー(計算機の構造のこと)を1次元から2次元に変更した研究について述べられています。この英文を読み、以下の問いに答えなさい。

(出典: M. Valentini. et al Demonstration of Two-Dimensional Connectivity for a Scalable Error-Corrected Ion-Trap Quantum Processor Architecture. Phys. Rev. X. 2025, 15, 021015041023, DOI:10.1103/b9s1-6r44, <https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/b9s1-6r44>, (cited 2025-12-02).)

Quantum computers hold the potential to solve problems that are far beyond the reach of even the fastest classical supercomputers. Among the various hardware platforms, trapped ions have emerged as one of the most promising technologies, successfully demonstrating small- to medium-scale quantum processors. However, scaling up these systems has been challenging: In existing trap architectures, which are one dimensional, dividing a large group of ions into smaller subregisters introduces significant complexity when the subregisters need to interact. To overcome this, we introduce a 2D ion-trap architecture called the quantum spring array, which arranges ion subregisters in a lattice to reduce this communication overhead.

In our work, we demonstrate the key components required for such a 2D trapped-ion quantum computer. We show that ions can be reliably transported along both directions of the lattice, and we characterize how ions in different subregisters interact. Using this interaction, we successfully create and verify entanglement—a quantum link essential for computation—between two distinct subregisters through universal quantum operations.

These results show that our architecture can maintain high control and low error rates while offering a promising path toward large quantum computers. The next steps will focus on improving the efficiency of ion transport and entangling operations, as well as integrating optical and electronic control components directly into the trapping structure.

overhead: 計算機の負荷のことを意味する

1. アーキテクチャーを1次元から2次元にすることでどのような利点があると書かれていますか？
2. 下線部を訳しなさい。
3. 今回提案されたアーキテクチャーで高性能を実現するに際して2つのことを維持することに注意が払われたと書かれている。この2つのことをそれぞれ2語の英単語で書きなさい。

II. 以下の日本語を英訳しなさい。

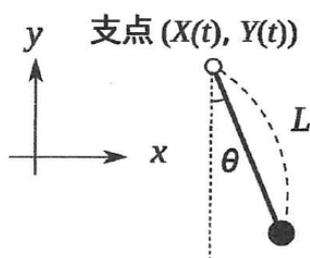
1. 運動量の変化は加えられた力積に等しい
2. 万有引力とクーロン力は共に物体間の距離の2乗に反比例する

III. あなたが卒業研究で行っている研究、あるいは輪講で勉強している(いた)内容について80語程度の英文で簡単にまとめなさい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

<注意>以下の4問(I~IV)すべてに解答しなさい。それぞれの問題の解答を別々の解答用紙に記入しなさい。

I 質量が無視できて変形しない長さ L の棒の先に質量 m のおもり(質点)をつけた振り子を、その支点を固定しないで動かした場合の振り子の運動を考える。以下では、変数 x の時間微分は \dot{x} と表すものとする。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えなさい。



- 振り子の支点を水平方向に一定の加速度 a で動かしたとき、振り子は加速度とは反対の方向に鉛直方向と一定の大きさの角度 θ_0 をなしたまま運動した。このとき質点にはたらく力をすべて上げて、それらの力のつり合いから角 θ_0 を m, a, g, L などを用いて表しなさい。
- 振り子の支点を水平方向に単振動させる場合を考える。振り子の振れ角を棒が鉛直下向きとなす角 θ とし、反時計回りの向きを正とする。時刻 t における支点の水平方向の位置を

$$X(t) = \Delta \sin \omega t$$

としたとき、質点の円弧方向の運動方程式 (θ が満たす運動方程式) を示しなさい。

- 設問2の場合に $|\theta(t)|$ は1より十分小さいとして、 $t=0$ で $\theta = A, \dot{\theta} = 0$ の初期条件を満たす解を求めなさい。
- 次に振り子の支点を鉛直方向に単振動させる場合を考える。時刻 t における支点の鉛直方向の位置を

$$Y(t) = \Delta \sin \omega t$$

としたとき、質点の円弧方向の運動方程式 (θ が満たす運動方程式) を示しなさい。

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

5. 設問4の場合に $\theta(t)$ が小さいとしても、設問3のように解を求めることが出来ない。
そこで Δ は L に比べて十分に小さいとして、 $\theta(t)$ は次の形となると仮定する。

$$\theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t) \left(\frac{\Delta}{L}\right) + \theta_2(t) \left(\frac{\Delta}{L}\right)^2 + \dots$$

運動方程式にこの式を代入し、 $(\Delta/L)^n$ の係数が各次数で等しくなると考えて、 $\theta_0(t)$ 、 $\theta_1(t)$ が満たす方程式を導きなさい。ただし、 $|\theta(t)|$ は1より十分小さいと考えてよい。

6. $t = 0$ で $\theta = A$, $\dot{\theta} = 0$ の初期条件を満たすとき、 $\theta_0(0) = A$, $\theta_1(0) = 0$, $\dot{\theta}_0(0) = \dot{\theta}_1(0) = 0$ と考えると、 $\theta_0(t)$, $\theta_1(t)$ の時間変化を求めなさい。

II

導体中の交流電流について考える. この導体の電気伝導率, 透磁率は空間的に一定として, それぞれ σ, μ とする. このとき, この導体中の位置 \mathbf{r} , 時刻 t におけるマクスウェル方程式, 及び, 局所的なオームの法則は以下のように与えられる.

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

$$\mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ は電場, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ は磁束密度, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ は磁場, $\mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t)$ は電流密度である. 以下の問いでは, SI 単位系 (MKSA 単位系) で考え, 必要であれば, ベクトル \mathbf{A} に対する公式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}$ ($\Delta \equiv \nabla^2$ はラプラシアン) を用いてよい. また, i は虚数単位である.

1. 式 (1)~(5) から, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ を消去することにより, 導体内部における電流密度 $\mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t)$ のみたす微分方程式が,

$$\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \Delta \mathbf{j}_e(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

となることを示しなさい.

次にこの導体が図1のような z 軸方向に無限に続く半径 a の円筒導体であり, 電流は z 軸に平行に流れているとする. このとき, 円筒座標 (r, ϕ, z) を $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$, $z = z$ とする.

2. 電流密度の z 成分 $j_z(r, \phi, z, t)$ が z に依存しないことを示しなさい.

3. 電流密度の z 成分 $j_z(r, \phi, z, t)$ が ϕ にも依存しないと仮定し, 角振動数 ω で振動する交流電流であるとして,

$$j_z(r, t) = j_z(r) e^{i\omega t} \quad (7)$$

とおく. このとき, 式 (6) から $j_z(r)$ の満たす動径方向 r に関する微分方程式を導きなさい.

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

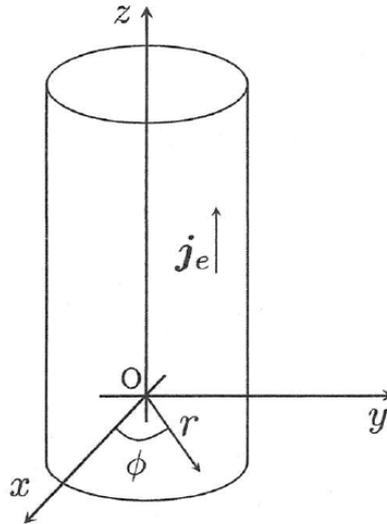


図1: 無限に続く円筒導体を流れる電流.

ただし, 円筒座標系でのラプラシアンは

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (8)$$

である.

4. 円筒導体の半径 a は十分に大きいとして, 円筒表面付近での電流密度の振る舞いを考える. この領域で A を振幅として $j_z(r)$ が

$$j_z(r) = A e^{ikr} \quad (9)$$

と表せるとき, 問3で得られた微分方程式から, 波数 k と角振動数 ω がみたとす関係を示しなさい. ただし, この領域で r は十分大きく $\partial j_z(r)/r \partial r$ の項は無視できるとする.

5. 問4の結果を用いて, 円筒導体表面からの深さ $\ell = a - r$ に対する $j_z(r)$ の実空間での振る舞いを式で表し, それを元に $j_z(r)$ の ℓ , および, ω に対する振る舞いの物理的な意味を述べなさい. 必要であれば, オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ を用いること.

2026年度 大学院春季入学試験問題
理工学研究科 前期課程 物理学専攻
物 理 学

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

III 質量 m の粒子が1次元的なポテンシャル

$$V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2 + \alpha x \quad (1)$$

中にある。この系のハミルトニアンは

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x}) \quad (2)$$

で与えられる。ただし、 α は実数とし、座標 \hat{x} と運動量 \hat{p} は交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ を満たす。以下の導出に従い、この粒子の量子力学的な基底状態を、 $\alpha = 0$ の1次元調和振動子ポテンシャル中における粒子の固有状態を用いて表そう。

1. まず、 $\alpha = 0$ の場合について考えよう。ここで昇降演算子 \hat{a}, \hat{a}^\dagger を次のように定義する。

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p}, \quad \hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p} \quad (3)$$

\hat{a} と \hat{a}^\dagger は交換関係 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ を満たす。また、数演算子を $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ と定義し、 \hat{n} の固有方程式を

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad (4)$$

と書くと、固有値 n は0を含む正の整数 ($n = 0, 1, 2, \dots$) をとる。 $|n\rangle$ は固有値 n に対する固有状態を表し、 $n = 0$ の固有状態 $|0\rangle$ は $\hat{a}|0\rangle = 0$ を満たす。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (a) $\alpha = 0$ のハミルトニアン \hat{H}_0 を、数演算子 \hat{n} と定数のみを用いて表しなさい。ただし、答えだけでなく導出を書くこと。
 (b) 交換関係 $[\hat{a}, \hat{n}]$, $[\hat{a}^\dagger, \hat{n}]$ を計算しなさい。
 (c) 状態 $\hat{a}|n\rangle$, $\hat{a}^\dagger|n\rangle$ が \hat{n} の固有状態で、それぞれ固有値 $n-1$, $n+1$ を持つことを示しなさい。
 (d) 以上より

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (5)$$

が成り立つことを示しなさい。

2. $\alpha \neq 0$ のとき、この場合の基底状態が演算子 \hat{a} の固有状態になっていることを示し、基底状態を数演算子 \hat{n} の固有状態で展開した形を求めよう。 $x_0 = \alpha/(m\omega^2)$, $\hat{y} = \hat{x} + x_0$ と定義すると、ハミルトニアンは

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{y}^2 - \frac{m\omega^2}{2}x_0^2 \quad (6)$$

と書ける。 $[\hat{y}, \hat{p}] = i\hbar$ の交換関係が成り立つので、 $\alpha = 0$ の調和振動子の場合と同様に扱える。この場合の昇降演算子 \hat{b}, \hat{b}^\dagger は次のように書ける。

$$\hat{b} = \hat{a} + \delta, \quad \hat{b}^\dagger = \hat{a}^\dagger + \delta \quad (7)$$

ここで、 $\delta = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}x_0$ とおいた。 $\alpha \neq 0$ のハミルトニアン \hat{H} の基底状態を $|\phi\rangle$ とし、 $|\phi\rangle$ を \hat{n} の固有状態で以下のように展開する。

$$|\phi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \quad (8)$$

このとき、以下の問いに答えなさい。

2026年度 大学院春季入学試験問題
理工学研究科 前期課程 物理学専攻
物理学

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

- (e) 基底状態 $|\phi\rangle$ が \hat{a} の固有状態であることを示しなさい。また、その固有値を求めなさい。
- (f) 式(8)の両辺に \hat{a} を作用させることで、 C_n に対する漸化式

$$C_{n+1} = \frac{-\delta}{\sqrt{n+1}} C_n \quad (9)$$

を導きなさい。

- (g) 上の漸化式を解き、 C_n を C_0 で表しなさい。
- (h) 得られた $|\phi\rangle$ の式を規格化し C_0 を求めなさい。
- (i) 状態 $|\phi\rangle$ と $|0\rangle$ が物理的にどのような関係にあるか説明しなさい。

下降演算子 \hat{a} の固有状態 $|\phi\rangle$ はコヒーレント状態と呼ばれ、量子光学などの分野で重要な役割を果たす。

2026年度 大学院春季入学試験問題
理工学研究科 前期課程 物理学専攻
物 理 学

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

IV 物理系が絶対温度 T の熱平衡状態にあるとき、内部エネルギー E とエントロピー S に対して、一般に次の公式が成り立つ。

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T} \quad (1)$$

1. このことを、熱力学第1法則と第2法則から導きなさい。圧力 p 、体積 V の気体を対象にして答えればよい。

以下では、 N 個の1次元調和振動子からなる量子系を考える。振動数はいずれも ν であり、各振動子のエネルギー準位はプランク定数 h を用いて

$$h\nu \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

で与えられる。 N 個の振動子は、エネルギー準位の違い以外では区別できないものとし、また、振動子の間に相互作用はない。この系の全エネルギーが E である場合を考える。このときの系のエントロピー S は N が十分に大きいときに次式で与えられる。

$$S = k_B \left[\left(\frac{E}{h\nu} + \frac{N}{2} \right) \log \left(\frac{E}{h\nu} + \frac{N}{2} \right) - \left(\frac{E}{h\nu} - \frac{N}{2} \right) \log \left(\frac{E}{h\nu} - \frac{N}{2} \right) - N \log N \right] \quad (3)$$

ここで、 k_B はボルツマン定数である。以下の問いに答えなさい。

2. この振動子系においても公式 (1) が成り立つ。(3) に対して (1) を適用して式変形を行うと、次の形の等式を得ることができる。

$$e^{h\nu/k_B T} = \boxed{\text{(A)}} \quad (4)$$

空欄 (A) に当てはまる式を $E, h\nu, N$ を用いて与えなさい。導出の過程も記しなさい。

3. 問2で導出した (4) を E について解くと、次の形の等式を得ることができる。

$$E = \frac{Nh\nu}{2} + \boxed{\text{(B)}} \quad (5)$$

空欄 (B) に当てはまる式を $k_B T, h\nu, N$ を用いて与えなさい。導出の過程も記しなさい。

4. 問3で求めた E を (3) に代入すると、 S は次の形で与えられることが導かれる。

$$S = \frac{1}{T} \times \boxed{\text{(B)}} - Nk_B \times \boxed{\text{(C)}} \quad (6)$$

空欄 (C) に当てはまる式を $k_B T$ と $h\nu$ を用いて与えなさい。導出の過程も記しなさい。

5. ヘルムホルツの自由エネルギーは

$$F = E - TS \quad (7)$$

で定義される。問3と問4の結果を用いると、これは

$$F = -Nk_B T \log Z \quad (8)$$

という形にまとめることができる。得られた Z は、ある関数 $f(m)$ を導入すると

$$Z = \sum_{m=0}^{\infty} e^{-f(m)h\nu/k_B T} \quad (9)$$

というように無限級数で表せる。 $f(m)$ を与えなさい。導出の過程も記しなさい。

2026年4月・2025年9月入学 大学院夏季一般入学試験問題
理工学研究科 後期課程 物理学専攻
英 語

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

問題I, 問題IIの解答を, それぞれ別の解答用紙に記入しなさい.

I 次の英文を和訳しなさい.

(出典: M. D. Schwartz 著, "Quantum Field Theory and the Standard Model", 1st Edition, Cambridge University Press, 2014, pp.10-11 より抜粋し一部改変.)

Quantum field theory is the result of combining quantum mechanics with special relativity. Special relativity is relevant when velocities are a reasonable fraction of the speed of light, $v \sim c$. In this limit, a new symmetry emerges: Lorentz invariance. A system is Lorentz invariant if it is symmetric under the Lorentz group, which is the generalization of the rotation group to include both the rotations and boosts.

Normally, the more symmetric a system, the easier it is to solve problems. For example, solving the Schrödinger equation with a spherically symmetric potential (as in the hydrogen atom) is much easier than solving it with cylindrically symmetric potential (such as for the hydrogen molecule). So why is quantum field theory so much harder than quantum mechanics? The answer, as Sidney Coleman put it, is because $E = mc^2$. This famous relation holds for particles at rest. When particles move relativistically, their kinetic energy is comparable to or exceeds their rest mass, $E_{\text{kin}} \gtrsim mc^2$, which is only a factor of 2 away from the threshold for producing two particles. Thus, there is no regime in which the relativistic corrections of order v/c are relevant, but the effect from producing new particles is not.

II 大学院後期課程に進学を希望する動機を100語程度の英文で記述しなさい.

2026年4月・2025年9月入学 大学院夏季一般入学試験問題
理工学研究科 後期課程 物理学専攻
物理学

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

問題I, 問題IIの解答を, それぞれ別の解答用紙に記入しなさい.

I 以下の問いに答えなさい.

次のラグランジアン密度で記述される4次元のDirac場 $\psi(x)$ を考える.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi. \quad (1)$$

ここで, Minkowski時空の計量を $\eta_{\mu\nu}$ としたとき $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$ であり, $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ である. また, m はDirac場で記述される粒子の質量である. さらに γ^5 を $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ で定義する.

1. Dirac場で変分した際の \mathcal{L} の停留条件から, ψ に対するDirac方程式を導きなさい.
2. γ^0 がエルミートで, $\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ が反エルミートのとき, γ^5 がエルミートであることを示しなさい.

次に, Dirac場の質量がゼロ($m=0$)の場合について考える.

3. カイラル変換 $\psi \rightarrow e^{i\gamma^5\theta}\psi$, $\psi^\dagger \rightarrow \psi^\dagger e^{-i\gamma^5\theta}$ のもとでDirac場の作用が不変であることを示しなさい. ただしここで θ は定数である.
4. カイラル変換に対するネーターカレント $J^{\mu 5}$ は

$$J^{\mu 5} = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \quad (2)$$

で与えられる. このとき, $\partial_\mu J^{\mu 5} = 0$ が成り立つことを示しなさい.

次に, $m \neq 0$ の場合を考える.

5. 質量項 $m\bar{\psi}\psi$ がカイラル変換に対して不変でないことを示しなさい.
6. $m \neq 0$ の場合について $\partial_\mu J^{\mu 5}$ を求めなさい.

2026年4月・2025年9月入学 大学院夏季一般入学試験問題
理工学研究科 後期課程 物理学専攻
物理学

(注) 問題番号または記号を必ず解答用紙に明記すること

II 以下の項目の中から3つ選んで説明しなさい。数式を用いたり、例をあげるなどして、なるべく具体的に分かりやすく説明をしなさい。

- Einstein 方程式
- 自発的対称性の破れ
- Bose-Einstein 凝縮
- 紫外発散
- ゲージ対称性
- Anti-de Sitter 時空