ENCOUNTER with MATHEMATICS

第77回

Cartan Geometry

-Modern Developments and Recent Applications-

2024年3月8日(金) 14:00 ～ 3月9日(土)

於：東京都 文京区 春日 1-13-27　中央大学理工学部5号館

3月8日(金)

14:00～15:00　**Equivalence problems in differential geometry extrinsic and intrinsic and geometry of differential equations linear and non-linear-1**
：森本 徹氏 (奈良女子大・岡研究所)

15:20～16:20　**Cartan and Tanaka meet Pontryagin: from intrinsic geometry of distributions to extrinsic geometry of curves in flag varieties and back-1**
：Igor Zelenko 氏 (Texas A&M U.)

16:40～17:40　**Applications of Cartan geometry to problems arising from algebraic geometry-1**
：Jun-Muk Hwang 氏 (IBS, Korea)

3月9日(土)

10:30～12:00　**Equivalence problems in differential geometry extrinsic and intrinsic and geometry of differential equations linear and non-linear-2**
：森本 徹氏 (奈良女子大・岡研究所)

13:30～15:00　**Cartan and Tanaka meet Pontryagin: from intrinsic geometry of distributions to extrinsic geometry of curves in flag varieties and back-2**
：Igor Zelenko 氏 (Texas A&M U.)

15:30～17:00　**Applications of Cartan geometry to problems arising from algebraic geometry-2**
：Jun-Muk Hwang 氏 (IBS, Korea)

別紙の趣旨に沿った集会の第77回を以上のような予定で開催いたします．非専門家向けに入門的な講演をお願い致しました．多くの方々のご参加をお待ちしております．講演者による講演内容へのご案内を添付いたしますので御覧下さい．

尚、この集会は、科学研究費補助金 基盤研究 (A)「Floer 理論の深化とシンプレクティック構造、接触構造の研究」課題番号：19H00636 代表：小野 薫 (京大・数理研)、科学研究費補助金 基盤研究 (B)「力学的微分トポロジーによる葉層・接触・シンプレクティック構造の研究」課題番号：21H00985 代表：三松 佳彦 (中央大・理工)、および科学研究費補助金 挑戦的研究 (萌芽)「Anosov 力学系が与える究極の強擬凸性の研究」課題番号：21K18579 代表：三松 佳彦 (中央大・理工) からの支援を受けています．

連絡先：112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室: 03-3817-1745
ENCOUNTER with MATHEMATICS: homepage：http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH
三松 佳彦：yoshi@math.chuo-u.ac.jp　/　高倉 樹：takakura@math.chuo-u.ac.jp

The figures on the top and bottom are by courtesy of Sergey Fomin.
The figure in the middle is taken from WikipediA.

EQUIVALENCE PROBLEMS IN DIFFERENTIAL GEOMETRY EXTRINSIC AND INTRINSIC AND GEOMETRY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS LINEAR AND NON-LINEAR

TOHRU MORIMOTO

Cartan geometry is a trinity of group, geometry and differential equation created by the magic wand:

$$d\omega + \frac{1}{2}\gamma(\omega, \omega) = 0$$

After the efforts of many modern geometers we are revealing some essence of the magic. In this talk I would like to present it as fundamental principles in differential geometry.

In geometry there is a distinction between the intrinsic and the extrinsic. The former treats spaces, while the latter figures. In the smooth (or analytic) category a space may be defined to be a manifold M(or more generally a filtered manifold $(M, \mathfrak{f})$) equipped with a geometric structure σ on $(M, \mathfrak{f})$. A figure may be understood to be a subspace of a space, or rather a smooth map $\varphi\colon X \to A$ from a space X to a space A.

Two spaces $X = (M_X, \mathfrak{f}_X, \sigma_X)$ and $Y = (M_Y, \mathfrak{f}_Y, \sigma_Y)$ are said to be (intrinsically) equivalent or isomorphic if there exists a diffeomorphism $f\colon M_X \to M_Y$ satisfying $f_*\mathfrak{f}_X = \mathfrak{f}_Y$ and $f_*\sigma_X = \sigma_Y$, where f_* denotes the associated map to f.

Two figures $\varphi\colon X \to A$ and $\psi\colon Y \to B$ are said to be (extrinsically) equivalent or isomorphic if there exist isomorphisms of spaces $f\colon X \to Y$ and $F\colon A \to B$ such that $F \circ \varphi = \psi \circ f$. Usually we assume that the ambient spaces A and B coincide and equal to a homogeneous space L/L^0 with a Lie group L and its closed subgroup L^0. Then the isomorphisms $F\colon L/L^0 \to L/L^0$ should be understood to be the left translations Λ_a by $a \in L$.

We may then say that intrinsic geometry studies those properties of spaces X that are invariant under intrinsic equivalences, and extrinsic geometry those of figures $\varphi\colon X \to L/L^0$ invariant under extrinsic equivalences.

In both geometries one of the fundamental problems is the so-called equivalence problem, that is to find the criteria to determine whether two spaces or two figures are equivalent or not, which leads to the problem of finding a complete system of differential invariants of a space or a figure arbitrary given.

For intrinsic geometry the equivalence problem may go back to the birth of non-Euclidean geometry and was first posed in a general form by Lie and Klein as geometry of homogenous spaces (Erlangen program). Around the beginning of the 20th century Cartan invented a general method for the equivalence problem in the course of constructing the theory of infinite groups (infinite dimensional Lie pseudo-groups of transformations) It is based on the method of bundles of moving frames and consisting of two key operations: prolongation and reduction, and gives a heuristic method for finding the invariants of a possibly inhomogeneous structure arbitary given, in which groups still play central role.

After the second world war Cartan's heuristic method has been tried to settle in modern mathematics by Ehresmann, Chern, Kuranishi, Spence, Sternberg, Guillmim, Goldschmidt, Tanaka and younger mathematicians

For extrinsic geometry which has much longer history we know a great amount of works done in various concrete problems. However, the general theory does not seem to have been fully developed.

Recently, generalizing and integrating the prior works, we have developed unified theories on the equivalence problems both in extrinsic geometry([2][3]) and in intrinsic geometry([4]).

In the first half of this talk I will discuss on the equivalence problems according to [2][3][4].

In the last half of this talk I will discuss on geometry of differential equations as important applications of the equivalence problems.

We first see that the category of the waited involutive systems of linear differential equations is isomorphic to that of the extrinsic geometries in flag varieties ([2]), so that geometry of linear differential equation reduces to the extrinsic geometries in flag varieties.

Next I will discuss geometry of non-linear differential equations of finite type according to Tanaka [7].

Finally I will consider some related problems.

References

[1] É Cartan, OEuvres Complètes, Gauthier Viillars , Paris 1952

[2] B. Doubrov, Y. Machida, T. Morimoto, *Extrinsic Geometry and Linear Differential Equations*, SIGMA, Symmetry Integrability Geom. Methods Appl. **17** (2021), 61pages

[3] B. Doubrov, T. Morimoto, *Extrinsic Geometry and Linear Differential Eequations of sl(3)-type* arXiv:2308.06169v2 [math.DG] 15 Aug 2023, 34pages

[4] J. Hong, T. Morimoto, *Prolongations, invariants and fundamental identities of geometric structures*, to appear in Differential Geometry and its Applrication ArXiv:2203.05182v2[math DG]22 Mar 2022, 64pages

[5] T. Morimoto *Sur le problème d'équivalence des structures géométriques* Japan. J. Math. 9-2 (1983), 293–372.

[6] T.Morimoto Developments of nilpotent geometry and nilpotent analysis - Klein-Cartan program (in Japanese), The 14th Oka Symposium, Lecture Note, 2015 page 99-141

[7] N. Tanaka,*Geometric Theory of Systems of Ordinary Differential Equations* Hokkaido University TECHNICAL REPORT SERES IN MATHEMATICS 169,(2017) 147pages

Institute Kiyoshi Oka de Mathématiques,
Seki Kowa Institute of Mathematics

Cartan and Tanaka meet Pontryagin: from intrinsic geometry of distributions to extrinsic geometry of curves in flag varieties and back

Igor Zelenko

Texas A&M University

My two talks will be devoted to the intrinsic geometry of subbundles of tangent bundles, called distributions (also called differential system/Pfaffian systems and defining filtered manifolds). My original motivation to study distributions came from Control Theory, where they appear naturally as control systems linear in control.

The main focus will be on the interplay between the *Cartan equivalence method* or, more precisely, its algebraic version developed by Noboru Tanaka in seventies, on one hand, and the ideas of Optimal Control Theory (around the *Pontryagin Maximum Principle* [6]) and symplectic geometry, on another hand. The preliminary knowledge of the Pontryagin Maximum Principle and the Tanaka prolongation theory is not required.

The Élie Cartan ideas of construction of *canonical absolute parallelism* for geometric structures (commonly known as the Cartan equivalence method), ingeniously applied by Cartan himself to many concrete nontrivial examples, led after contributions of many geometers, to the theory of *prolongations of G-structures* corresponding to the case when there is no additional filtration on tangent bundles (Chern, Kobayashi, Sternberg and others). Further, Noboru Tanaka [7] made the most natural generalization of the latter theory to structures on general filtered manifolds.

I will start with a brief review of the Tanaka theory, based on [9], emphasizing the role of the *Tanaka symbol* of a distribution at a point, which is a special graded nilpotent algebra assigned to every point of the manifold, playing the role of the linearization (of the nonholonomic tangent space) of the distribution at this point.

Then I will address the following natural question: *Can one avoid the problem of classification of Tanaka symbols, which is in general intractable, by replacing it with a different, more rough invariant of distributions, which is easily classifiable and have a discrete classification, and obtain in this way a unified construction of the canonical structure absolute parallelism for all distribution with the fixed new basic invariant?*

I will explain how the ideas from Optimal Control Theory help to answer this question for a very large class of distributions based on [2, 3, 4]. Optimal Control Theory gives an entirely fresh insight on the equivalence problem of distributions, which as far as I know was not known to classics as it allows to assign to each distribution a special class of curve, called *abnormal extremals*, playing the same role as geodesics in Riemannian Geometry.

In Riemannian Geometry the linearization of geodesics equation along the given geodesic leads to a linear ordinary differential equation called the *Jacobi equation*. Geometrically, linear ordinary differential equations can be identified with curves in Grassmannians. In a similar way, to any abnormal extremal we can assign a curve, called the *Jacobi curve*, in certain flag variety. This procedure allows us to pass from the intrinsic geometry of distributions to extrinsic geometry of curves in certain homogeneous spaces. In particular, for distribution of rank 2 one obtains in this way self-dual curves in projective space, the extrinsic geometry of which are classical (due to Wilczynski, [8])), while for distributions of higher rank we get curves on more general flag varieties.

I will describe the Tanaka like theory for extrinsic geometry of curves in flag varieties which was developed in [5] and later generalized to (filtered) submanifold in flag varieties in [1]. In particular the analog of Tanaka symbol of a curve will play the role of the mentioned new discretely classifiable basic invariant, called the *Jacobi symbol*. In the last part of the talk I will describe how to return from the extrinsic geometry of Jacobi curves to the original intrinsic geometry of distributions by constructing the canonical absolute parallelism for distributions with given Jacobi symbol based on [3, 4].

References

[1] B. Doubrov, Y. Machida, T. Morimoto, *Extrinsic Geometry and Linear Differential Equations*, Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications, 2021, Volume 17, 061, 60 pp

[2] B. Doubrov, I. Zelenko, *On local geometry of nonholonomic rank 2 distributions*, Journal of London Mathematical Society, (2) 80 (2009), no. 3, 545–566.

[3] B. Doubrov, I. Zelenko *Prolongation of quasi-principal frame bundles and geometry of flag structures on manifolds*, preprint, submitted, arXiv:1210.7334v2 [math.DG], 49 pages.

[4] B. Doubrov, I. Zelenko, *On local geometry of vector distribution with given Jacobi symbols*, preprint, submitted, arXiv:1610.09577 [math.DG], 56 pages.

[5] B. Doubrov, I. Zelenko, *Geometry of curves in parabolic homogeneous spaces*, Transformation Groups, June 2013, Volume 18, Issue 2, pp 361-383.

[6] L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko, *The mathematical theory of optimal processes*, Translated from the Russian by K. N. Trirogoff; edited by L. W. Neustadt Interscience Publishers John Wiley & Sons, Inc., New York-London 1962 viii+360 pp

[7] N. Tanaka, *On differential systems, graded Lie algebras and pseudo-groups*, J. Math. Kyoto. Univ., **10** (1970), pp. 1–82.

[8] E.J. Wilczynski, *Projective differential geometry of curves and ruled surfaces*, Teubner, Leipzig, 1905.

[9] I. Zelenko, *On Tanaka's prolongation procedure for filtered structures of constant type* , Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA), Special Issue "Elie Cartan and Differential Geometry", v. 5, 2009, doi:10.3842/SIGMA.2009.094, 0906.0560 v3 [math.DG], 21 pages.

APPLICATIONS OF CARTAN GEOMETRY TO PROBLEMS ARISING FROM ALGEBRAIC GEOMETRY

JUN-MUK HWANG

I explain recent applications of Cartan geometry to some problems arising from algebraic geometry, especially those related to minimal rational curves on uniruled projective manifolds.

The starting point is a personal story of how I, a mathematician working in complex/algebraic geometry, had come to discover the relevance of Cartan geometry to an old problem in complex geometry, the problem of deformations of complex structures of complex Grassmannians, which originated from the work of Kodaira and Spencer. In my joint work with Ngaiming Mok, we used the theory of minimal rational curves to study such deformations and it reduced the question to a problem in Cartan geometry. Via this approach, we had managed to solve ([HM98], [HM02], [HM05]) the deformation problem of rational homogeneous spaces of Picard number 1, by using some differential-geometric results in Cartan geometry, especially those due to Ochiai [Oc70], Tanaka [Ta79] and Yamaguchi [Ya93].

This work naturally suggests a whole class of general Cartan equivalence problems for geometric structures arising from minimal rational curves on uniruled complex projective manifolds. I will explain these general equivalence problems. To study these problems, we need approaches fusing differential geometry and algebraic geometry.

Among such geometric structures, those associated to quasi-homogeneous projective manifolds are particularly accessible to differential-geometric methods of Cartan geometry, in particular, Tanaka's prolongation method ([Ta70]) and its generalization by Morimoto ([Mo93]). But even in these cases, only a few cases have been worked out so far, including horospherical varieties of Picard number 1 ([HL21], [HL24], [HK22]) and some symmetric varieties ([HL22]). A review some of these recent results will be given.

References

[HK22] Hong, J. and Kim, S.-Y.: Characterizations of smooth projective horospherical varieties of Picard number one. preprint arXiv:2203.10313

[HL21] Hwang, J.-M. and Li, Q.: Characterizing symplectic Grassmannians by varieties of minimal rational tangents. J. Diff. Geom. **119** (2021) 309–381

[HL22] Hwang, J.-M. and Li, Q.: Minimal rational curves and 1-flat irreducible G-structures. J. Geom. Analysis **32** (2022) Paper No. 179

[HL24] Hwang, J.-M. and Li, Q.: Recognizing the G_2-horospherical manifold of Picard number 1 by varieties of minimal rational tangents. to appear in Transformation Groups

[HM98] Hwang, J.-M. and Mok, N.: Rigidity of irreducible Hermitian symmetric spaces of the compact type under Kähler deformation. Invent. math. **131** (1998) 393-418

[HM02] Hwang, J.-M. and Mok, N.: Deformation rigidity of the rational homogeneous space associated to a long simple root. Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. **35** (2002) 173-184

[HM05] Hwang, J.-M. and Mok, N.: Prolongations of infinitesimal linear automorphisms of projective varieties and rigidity of rational homogeneous spaces of Picard number 1 under Kähler deformation. Invent. math. **160** (2005) 591-645

[Mo93] Morimoto, T.: Geometric structures on filtered manifolds. Hokkaido Math. J. **22** (1993) 263–347

[Oc70] Ochiai, T.: Geometry associated with semisimple flat homogeneous spaces. Trans. Am. Math. Soc. **152** (1970) 159–193

[Ta70] Tanaka, N.: On differential systems, graded Lie algebras and pseudogroups. J. Math. Kyoto Univ. **10** (1970) 1–82

[Ta79] Tanaka, N.: On the equivalence problems associated with simple graded Lie algebras, Hokkaido Math. J. **8** (1979) 23–84

[Ya93] Yamaguchi, K.: Differential systems associated with simple graded Lie algebras. Adv. Study Pure Math. **22** (1993) 413-494

Institute for Basic Science, Center for Complex Geometry, Daejeon, Republic of Korea
jmhwang@ibs.re.kr

ENCOUNTER with MATHEMATICS

(数学との遭遇, d'après Rencontres Mathématiques) へのご案内

中央大学 理工学部 数学教室

当研究科では France・Lyon の Ecole Normale Supérieure de Lyon で行われている RENCONTRES MATHEMATIQUES の形式を踏襲した集会 "ENCOUNTER with MATHEMATICS" (数学との遭遇) を年 4 回ほどのペースで開催しております。

France では、2 か月に一度の Rencontres Mathématiques と、皆様よくご存知の年に 4 回の Seminaire Bourbaki という、二つの特徴ある研究集会が行われています。これらの集会では、多くの数学者が理解したいと思ってるテーマ、又は、より多くの数学者に理解させるべきであると思われるテーマについて、その方面の (その研究を直接行った本人とは限らない) 専門家がかなり良い準備をし、大変すばらしい解説をしています。

勿論、このような集会は、France に限らず、日本や世界中で行われており、Surveys in Geometry 等は、その好例と言えるでしょう。そのなかで Rencontres Mathématiques は分野・テーマを限定せずに、定期的に集会を開催しているという点で、特徴のある集会として、評価されていると思います。

Seminaire Bourbaki は、各講演 1 時間、1 回読み切りで、講演内容の level は、講究録で良く分かるとおりです。一方、Rencontres Mathématiques は、毎回テーマを一つに決め、二日間で計 5 講演、そのうち 3 つは、柱となる連続講演で、level は、Seminaire Bourbaki に比べ、より一般向きに、やさしくなっていますが、逆に、講演の準備は、大変かもしれません。

実際に ENS-Lyon で Rencontres Mathématiques がどのように運営されているかということについては、雑誌 "数学" 1992 年 1 月号の坪井俊氏の紹介記事を以下に抜粋させて頂きますので御覧ください。

ここ ENS. Lyon の特色として，ほとんど毎月行われているランコントル・マテマティークがあります．これは 1988 年秋から行われているそうですが，金曜，土曜に 1 つのテーマの下に 5 つの講演を行っています．その 1, 3, 5 番目の 3 つは同一講演者によるもので，残りの 2 つは一応それをサポートするも のという形をとっています．1 つの分野のトピックを理解しようとするとき にはなかなか良い形式だと思いました．

私が興味をもって参加したものでは，1 月には '3 次元のトポロジー'（金曜に Turaev, De la Harpe, Turaev, 土曜に Boileau,Turaev），3 月には' 複素力学系 '(金曜に Douady, Kenyon, Douady, 土曜に Tan Lei, Douady），5 月には' 1 次元の幾何学 '(金曜に Sullivan, Tsuboi, Sullivan, 土曜に Zeghib, Sullivan）がありました．これまでのテーマでは,' 天体力学 ',' 複素解析 ',' ブラウン運動 ',' 数論 ',' ラムダカルキュラス 'など数学全般にわたっています.

ほとんどの参加者は外部から来るのですが，ENS.-Lyon には建物の内部に付属のアパートがあって，40〜50 人のリヨン市外からの参加者はそこに宿泊できるようになっています．ランコントル・マテマティークは自由参加ですが，参加する場合は，宿泊費，建物内のレストランで食べ放題の昼食代は ENS. Lyon の負担ですから，とても参加しやすい研究集会です．ランコントル・マテマティークのテーマ，内容や講演者を考え，実際の運営にあたっている ENS. Lyon のスタッフの努力で，フランスの新しい重要なセミナーとして評価されていると思います.

実際、 Rencontres Mathématiques は多くの数学者に対して根深い数学文化を身につけるための良い機会として重要な役割を果しているのみならず、若い大学院生たちに数学のより深い研究への動機付けを与える大切な場面を提供しています。

ENCOUNTER with MATHEMATICS もこれらのことを目標としたいと考えていますので、大学院生をはじめ多くの数学者の参加をお待ちしております。

このような主旨のもとに、

- 特定の分野へのテーマの集中は避ける
- up to date なテーマも良いが、古典的なテーマも取りあげる

といった点を特に注意して進めていきたいと考えています。

取りあげるテーマ等、この企画に関する皆様のご意見をお寄せ下さい。

これまでに行われた ENCOUNTER with MATHEMATICS (講演者敬称略)

第 1 回 **岩澤理論と FERMAT 予想** 1996 年 11 月, 加藤 和也 (東工大・理), 百瀬 文之 (中大・理工), 藤原 一宏 (名大・多元)

第 2 回 **幾何学者は物理学から何を学んだか** 1997 年 2 月, 深谷 賢治 (京大・理), 古田 幹雄 (京大・数理研)

第 3 回 **粘性解理論への招待** 5 月, 石井 仁司 (都立大・理), 儀我 美一 (北大・理), 小池 茂昭 (埼玉大・理), 長井 英生 (阪大・基礎工)

第 4 回 **Mordell-Weil 格子** 9 月, 塩田 徹治 (立教大・理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 毅 (東大・数理)

第 5 回 **WEB 幾何学** 11 月, 中居 功 (北大・理), 佐藤 肇 (名大・多元)

第 6 回 **トロイダル・コンパクト化** 1998 年 2 月, 佐武 一郎 (中大・理工), 石井 志保子 (東工大・理), 藤原 一宏 (名大・多元)

第 7 回 **天体力学** 4 月, 伊藤 秀一 (東工大・理), 小野 薫 (お茶大・理), 吉田 春夫 (国立天文台)

第 8 回 **TORIC 幾何** 6 月, 小田 忠雄 (東北大・理), 桝田 幹也 (阪市大・理), 諏訪 紀幸 (中大・理工), 佐藤 拓 (東北大・理)

第 9 回 **実 1 次元力学系** 10 月, 坪井 俊 (東大・数理), 松元 重則 (日大・理工), 皆川 宏之 (北大・理)

第 10 回 **応用特異点論** 1999 年 2 月, 泉屋 周一 (北大・理), 石川 剛郎 (北大・理), 佐伯 修 (広島大・理)

第 11 回 **曲面の写像類群** 4 月, 森田 茂之 (東大・数理), 河澄 響矢 (東大・数理), 阿原 一志 (明大・理工), 中村 博昭 (都立大・理)

第 12 回 **微分トポロジーと代数的トポロジー** 6 月,
服部 晶夫 (明大・理工), 佐藤 肇 (名大・多元), 吉田 朋好 (東工大・理), 土屋 昭博 (名大・多元)

第 13 回 **超平面配置の数学** 10 月, 寺尾 宏明 (都立大・理), 吉田 正章 (九大・数理), 寺杣 友秀 (東大・数理), 斎藤 恭司 (京大・数理研)

第 14 回 **Lie 群の離散部分群の剛性理論** 2000 年 2 月, 金井 雅彦 (名大・多元), 納谷 信 (名大・多元), 井関 裕靖 (東北大・理)

第 15 回 **岩澤数学への招待** 4 月, 栗原 将人 (都立大・理), 佐武 一郎 (東北大/UC Berkeley), 尾崎 学 (島根大・総合理工),
市村 文男 (横浜市大・理), 加藤 和也 (東大・数理)

第 16 回 **Painlevé 方程式** 6,7 月, 岡本 和夫 (東大・数理), 梅村 浩 (名大・多元), 坂井 秀隆 (東大・数理), 山田 泰彦 (神戸大・理)

第 17 回 **流体力学** 12 月, 木村 芳文 (名大・多元), 今井　功, 宮川 鉄郎 (神戸大・理), 吉田 善章 (東大・新領域創成科学)

第 18 回 **Poincaré 予想と３次元トポロジー** 2001 年 2 月, 小島 定吉 (東工大・情報理工), 加藤 十吉 (九大・理), 松本 幸夫 (東大・数理),
大槻 知忠 (東工大・情報理工), 吉田 朋好 (東工大・理)

第 19 回 **Invitation to Diophantine Geometry** 4 月, 平田 典子 (日大・理工), 宍倉 光広 (京大・理), 小林 亮一 (名大・多元数理)

第 20 回 **不変式論のルネサンス** 9 月, 梅田 亨 (京大・理), 向井 茂 (京大・数理研), 寺西 鎮男 (名大・多元数理)

第 21 回 **実解析への誘い** 10 月, 新井 仁之 (東大・数理), 宮地 晶彦 (東京女子大・文理), 小澤 徹 (北大・理), 木上 淳 (京大・情報)

第 22 回 **「離散」の世界** 2002 年 2 月, 砂田 利一 (東北大・理), 小谷 元子 (東北大・理), 藤原 耕二 (東北大・理), 井関 裕靖 (東北大・理)

第 23 回 **複素力学系** 6 月, 宍倉 光広 (京大・理), 松崎 克彦 (お茶大・理), 辻井 正人 (北大・理)

第 24 回 **双曲幾何** 10 月, 小島 定吉 (東工大・情報理工), 大鹿 健一 (阪大・理), 藤原 耕二 (東北大・理), 藤原 一宏 (名大・多元)

第 25 回 **Weil 予想** 12 月, 堀田 良之 (岡山理大・理), 藤原 一宏 (名大・多元), 斎藤 毅 (東大・数理), 宇澤 達 (名大・多元)

第 26 回 **極小曲面論入門** 2003 年 3 月,
山田 光太郎 (九大・数理), 小磯 深幸 (京教大・教育), 梅原 雅顕 (広大・理), 宮岡 礼子 (上智大・理工)

第 27 回 **分岐被覆と基本群** 4 月, 難波 誠 (阪大・理), 岡 睦雄 (都立大・理), 島田 伊知朗 (北大・理), 徳永 浩雄 (都立大・理)

第 28 回 **リーマン面の退化と再生** 11 月, 足利 正 (東北学院大・工), 今吉 洋一 (阪市大・理), 松本 幸夫 (東大・数理), 高村 茂 (京大・理)

第 29 回 **確率解析** 12 月, 楠岡 成雄 (東大・数理), 重川 一郎 (京大・理), 谷口 説男 (九大・数理)

第 30 回 **Symplectic 幾何と対称性** 2004 年 3 月,
小野 薫 (北大・理), 森吉 仁志 (慶応大・理工), 高倉 樹 (中大・理工), 古田 幹雄 (東大・数理), 太田 啓史 (名大・多元)

第 31 回 **スペクトル・散乱理論**　2004 年 12 月, 池部 晃生, 峯 拓矢 (京大・理), 谷島 賢二 (学習院大・理), 久保 英夫 (阪大・理),
山田 修宣 (立命館大・理工), 田村 英男 (岡山大・理)

第 32 回 **山辺の問題** 2005 年 1 月, 小林　治 (熊本大・理), 芥川 和雄 (東京理大・理工), 井関 裕靖 (東北大・理)

第 33 回 **双曲力学系-安定性と混沌-** 2005 年 2 月, 国府 寛司 (京大・理), 林 修平 (東大・数理), 浅岡 正幸 (京大・理), 三波 篤郎 (北見工大)

第 34 回 **非線型の特殊函数論〜Painlevë 方程式の応用** 2005 年 7 月,
大山 陽介 (阪大・情報), 村瀬 元彦 (UC Davis), 筧 三郎 (立教大・理)

第 35 回 **山辺不変量 -共形幾何学の広がり-** 2005 年 12 月, 小林 治 (熊本大・理), 石田 政司 (上智大・理工), 芥川 和雄 (東京理大・理工)

第 36 回 **正 20 面体にまつわる数学** 2006 年 3 月, 増田 一男 (東工大・理), 加藤 文元 (京大・理), 橋本 義武 (阪市大・理)

第 37 回 **数学者のための分子生物学入門－新しい数学を造ろう－** 2006 年 6 月, 加藤 毅 (京大・理), 阿久津 達也 (京大化学研究所),
岡本 祐幸 (名大・理), 斉藤 成也 (国立遺伝学研究所), 田中 博 (東京医科歯科大)

第 38 回 **幾何学と表現論 - Kostant–関口対応をめぐって -** 2006 年 12 月,
関口 次郎 (東京農工大・工), 中島 啓 (京大・理), 落合 啓之 (名大・多元), 竹内 潔 (筑波大・数学系)

第 39 回 **Lusternik-Schnirelmann カテゴリ** 2007 年 3 月,
岩瀬 則夫 (九大・数理), Elmar VOGT (東大・数理/ベルリン自由大), 松元 重則 (日大・理工), 田中 和永 (早大・理工)

第 40 回 **力学系のゼータ関数 – 古典力学と量子力学のカオス –** 2007 年 5 月,
首藤 啓 (首都大・理工), 盛田 健彦 (広大・理), 辻井 正人 (九大・数理)

第 41 回 **Euler 生誕３００年 – Euler 数と Euler 類を巡って** 2007 年 9 月,
佐藤 肇, 秋田 利之 (北大・理), Danny Calegari (Caltech/東工大・情報理工), 松本 幸夫 (学習院大・理), 森田 茂之 (東大・数理)

第 42 回 **Euler 生誕３００年 – Euler からゼータの世界へ–** 2007 年 11 月,
黒川 信重 (東工大・理工), 落合 啓之 (名大・多元), 平野 幹 (成蹊大・理工), 権 寧魯 (九大・数理)

第 43 回 **Euler ３００歳記念 流体力学・変分学編－始祖の業績と現在・未来への展開－** 2008 年 2 月,
岡本 久 (京大・数理研), 鈴木 貴 (阪大・基礎工), 木村 芳文 (名大・多元)

第 44 回 **環境数理におけるモデリングとシミュレーション〜数学は環境問題に貢献できるか〜**2008 年 3 月,
水藤 寛 (岡山大・環境), 太田 欽幸 (中大・理工), 伊藤 昭彦 (国立環境研究所), 柳野 健 (気象庁・気象研究所),
渡辺 雅二 (岡山大・環境)

第 45 回 **McKay 対応を巡って** 2008 年 5 月, 松澤 淳一 (奈良女子大・理), 石井 亮 (広大・理), 伊藤 由佳理 (名大・多元),
John McKay(Concordia 大／京大・数理研), 植田 一石 (阪大・理)

第 46 回 **幾何学的変分問題 – 神の選択・人間の方法 –** 2008 年 9 月,
西川 青季 (東北大・理), 長澤 壯之 (埼玉大・理), 利根川 吉廣 (北大・理)

第 47 回 アクセサリー・パラメーターとモノドロミー – 微分方程式の未開の領域を目指して – 2008 年 10 月,
原岡 喜重 (熊本大), 横山 利章 (千葉工業大), 加藤 満生 (琉球大), 大島 利雄 (東大・数理)

第 48 回 微分方程式に対する逆問題 –既知と未知が逆転したときに何が視えるか？ – 2008 年 11 月,
望月 清 (中大・理工), 池畠 優 (群馬大・工), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 渡辺 道之 (東京理科大・理工), 山本 昌宏 (東大・数理)

第 49 回 流体の基礎方程式 –色々な視点から見た流体方程式– 2009 年 2 月,
小薗 英雄 (東北大・理), 西畑 伸也 (東工大・情報理工), 清水 扇丈 (静岡大・理), 松本 剛 (京大・理・物)

第 50 回 ラドン変換 –積分が拓く新しい世界– 2009 年 5 月,
筧 知之 (筑波大・数理), 木村 弘信 (熊大・自然), 磯崎 洋 (筑波大・数理), 大島 利雄 (東大・数理)

第 51 回 正 **20** 面体にまつわる数学–その **2** – 2009 年 10 月, 作間 誠 (広島大・理), 関口 次郎 (東京農工大・工), 井上 開輝 (近畿大・理工)

第 52 回 経路積分の数学的基礎 –いつまでも新しい **Feynman** の発明– 2010 年 1 月,
一瀬 孝 (金沢大・理), 藤原 大輔 (学習院大・理), 加藤 晃史 (東大・数理), 熊ノ郷 直人 (工学院大・工)

第 53 回 シューベルトカルキュラス –様々な数学の交流点– 2010 年 3 月,
池田 岳 (岡山理科大・理), 前野 俊昭 (京大・工), 原田 芽ぐみ (McMaster Univ.)

第 54 回 頂点作用素代数入門 2010 年 10 月, 原田 耕一郎 (オハイオ州立大), 山内 博 (東京女子大), 宗政 昭弘 (東北大), 宮本 雅彦 (筑波大)

第 55 回 多変数複素解析 岡の原理 –誕生から最近の発展まで– 2011 年 2 月,
大沢 健夫 (名大・多元), 平地 健吾 (東大・数理), 伊師 英之 (名大・多元)

第 56 回 計算の複雑さの理論とランダムネス 2011 年 5 月, 渡辺 治 (東工大・情報理工), 河内 亮周 (東工大・情報理工)

第 57 回 偏微分方程式の接触幾何 2011 年 10 月, 佐藤 肇 (名大・多元), 垣江 邦夫, 山口 佳三 (北大・理)

第 58 回 モジュラー曲線の数論と幾何 -その魅力と百瀬さんの足跡と 2012 年 9 月, 斎藤 毅 (東大・数理)，玉川 安騎男 (京大・数理研)，
橋本 喜一郎 (早大・理工)，新井 啓介 (東京電機大・工)，加藤 和也 (Chicago 大)

第 59 回 複素多様体上の岡・グラウエルト理論 –存在定理は空の上に– 2012 年 10 月,
大沢 健夫 (名大・多元), 松村 慎一 (東大・数理)，足利 正 (東北学院大・工)

第 60 回 結び目理論とその不変量をめぐって 2013 年 5 月,
村杉 邦男 (トロント大), 作間 誠 (広大・理)，森藤 孝之 (慶大・経), 合田 洋 (東京農工大・工), 森下 昌紀 (九大・数理)

第 61 回 代数曲面とその位相不変量をめぐって –代数曲面の地誌学– 2014 年 6 月,
宮岡 洋一 (東大・数理), 今野 一宏 (阪大・理)，村上 雅亮 (鹿児島大・理)

第 62 回 波動方程式 –古典物理から相対論まで– 2014 年 9 月,
小澤 徹 (早大・理工), 山口 勝 (東海大・理), 松山 登喜夫 (中大・理工), 中村 誠 (山形大・理)

第 63 回 最適輸送理論とリッチ曲率 –物を運ぶと曲率が分かる– 2015 年 2 月,
桑江 一洋 (熊本大・自然科学), 塩谷 隆 (東北大・理)，太田 慎一 (京大・理)，高津 飛鳥 (名大・多元数理)，桒田 和正 (東工大・理)

第 64 回 複素解析と特異点 –留数が解き明かす特異点の魅力– 2016 年 2 月,
諏訪 立雄 (北大・理)，田島 慎一 (筑波大・数理物質)，鍋島 克輔 (徳島大・総合科学)，伊澤 毅 (北科大・工)

第 65 回 結び目の体積予想 –量子不変量から見える幾何構造– 2016 年 3 月,
村上 順 (早大・理工)，横田 佳之 (首都大・理工)

第 66 回 幾何学と特異点の出会い 2016 年 3 月,
石川 剛郎 (北大・理)，梅原 雅顕 (東工大・情報)，佐治 健太郎 (神戸大・理)，山田 光太郎 (東工大・理)

第 67 回 **AGT** 対応の数学と物理 2016 年 10 月,
立川 裕二 (東大・Kavli IPMU)，中島 啓 (京大・数理研)，名古屋 創 (金沢大・理工研究域)，柳田 伸太郎 (名大・多元数理)，松尾 泰 (東大・理)

第 68 回 エルゴード理論と可微分力学系 –一様双曲世界の向う側– 2016 年 12 月,
鷲見 直哉 (熊本大・先端科学)，鄭 容武 (広島大・工)，高橋 博樹 (慶應大・理工)

第 69 回 自由因子に特異点をもつ微分方程式 –斎藤理論の広がり– 2017 年 6 月,
斎藤 恭司 (東大・IPMU)，眞野 智行 (琉球大・理)，加藤 満生 (琉球大・教育)，千葉 逸人 (九州大・IMI)，三鍋 聡司 (東京電機大・工)

第 70 回 パーシステントホモロジーとその周辺 2017 年 12 月,
平岡 裕章 (東北大・AIMR)，浅芝 秀人 (静岡大・理)，白井 朋之 (九州大・IMI)，福水 健次 (統数研)，大林 一平 (東北大・AIMR)

第 71 回 フーリエ・カールソンから２１世紀の調和解析へ 2018 年 12 月,
古谷 康夫 (東海大)，田中 仁 (筑波技術大)，Neal Bez(埼玉大)，宮地 晶彦 (東京女子大)

第 72 回 完全 **WKB** 解析 –発散の向こう側に見えるもの– 2019 年 1 月,
岩木 耕平 (名大・多元数理)，竹井 義次 (同志社大・理工)，青木 貴史 (近畿大・理工)，高崎 金久 (近畿大・理工)

第 73 回 微分同相群のトポロジー 〜**Smale** 予想を巡って〜2019 年 3 月,
佐藤 肇 (元名古屋大)，渡邉 忠之 (島根大・総合理工)，逆井 卓也 (東大・数理)

第 74 回 **K3** 曲面 –その魅力と広がり– 2019 年 12 月,
向井 茂 (京大・数理研)，金銅 誠之 (名大・多元数理)，小木曽 啓示 (東大・数理), 小池 貴之 (阪市大・理)

第 75 回 **Cluster Algebras** 2022 年 3 月,
中西 知樹 (名大・多元数理)，伊山 修 (東大・数理)，井上 玲 (千葉大・理), 野原 雄一 (明治大・理工)

第 76 回 **K3** 曲面 –未だ尽きぬその魅力– 2023 年 6 月,
向井 茂 (京大・数理研)，金銅 誠之 (名大・多元数理)，岩崎 克則 (北大・理), 桂 利行 (東大・数理), 松本 雄也 (東京理科大・理工)

お問い合わせ 又は ご意見等
112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部数学教室 tel：03-3817-1745
e-mail：yoshiATmath.chuo-u.ac.jp 三松 佳彦 / takakuraATmath.chuo-u.ac.jp 高倉 樹 (AT を@に変更)
ホームページ:http://www.math.chuo-u.ac.jp/ENCwMATH