Discussion Paper No.348

クールノー＝ベルトラン混合複占モデルによる
面源汚染の減少に関する研究

中央大学大学院博士後期課程
佐藤　佑一

May　2021

INSTITUTE OF ECONOMIC RESEARCH
Chuo University
Tokyo, Japan

クールノー=ベルトラン混合複占モデルによる面源汚染の減少に関する研究

佐藤佑一*

Abstract

本論文は，面源汚染（Non-Point Source Pollution) を減らすために使われる，環境課税の効果を検証した．Segerson (1988) では，面源汚染を減らすには，経済主体全体の排出量に課税を行うという環境課税の仕組みが有効であるとした，又，H.Sato (2017) では，面源汚染を減ら為にクールノー複占モデルを用いて，環境課税の効果を検証した．本論文では，酒井 (1992) のクールノー＝ベルトラン混合複占モデルを拡張して，環境課税が面源汚染を減らすことに貢献することを検証した．

Keywords: 面源汚染, 環境課税, クールノー＝ベルトラン混合複占

JEL classifications: D43, Q52, Q53

1　はじめに

本論文は，面源汚染（Non-Point Source Pollution) を減らすための手段として，環境課税を用いて議論する．一般的によく知られている汚染とは，点源汚染（Point Source Pollution) といい，特定の工場などから排出されている汚染量がわかっているものを指す．故に，点源汚染の場合，個々の工場や経済主体に対して個別的

*中央大学大学院博士後期課程

に税をかけることが出来る．他方，面源汚染とは，どこから排出されたか特定が出来ないため，個々の汚染排出量を特定することが出来ない汚染を示す．面源汚染が拡散することによって．様々な場所に汚染物質が流れ込む．一例として，土壌から流出した汚染物質や，街中のコンクリート製の道路から側溝に流れこんだ汚染物質が，湖や海に流れ込むことが挙げられる．面源汚染が海や湖に流れ込めば，海や湖の富栄養化が進み，海や湖の水質悪化が起こり，プランクトンの異常発生が生じ生態系が破壊される．したがって，面源汚染は無視することが出来ない汚染であり，かつ，環境問題の一つであると言える．

近年，面源汚染を減らすための様々な先行研究が存在する．Segerson (1988) は，面源汚染を減らすために，環境課税 (Ambient charges) を用いている．個々の主体の汚染排出量が観測できないため，経済主体全体の汚染排出量を考慮する．かつ，政府が一定の排出基準を設ける．経済主体全体の汚染排出量と政府が設けた一定の排出基準の差額の大きさについて比較し，前者が後者を上回るとき，環境課税を行う．環境課税を実施した場合，個々の主体の利潤最大化関数は下方に移動する．個々の主体の利潤の減少幅が縮小しないようにするために，環境課税の制度の下で，彼らは各々で生産量を調整すると考える．故に，環境課税を導入した結果，企業の生産量が調整され，生産量に準じた汚染排出量は減少する．よって，環境課税は汚染を減らす効果があるという研究である．Segerson (1988) の研究を元に, Xepapadeas (2011) など[1]で，環境課税に関するさまざまな研究がなされてきている．とりわけ，環境課税に関する近年の研究として，H.Sato (2017) は，2 企業の静学クールノー均衡モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすことを証明した．H.Sato (2017) を拡張させて，Y.Sato (2020) では，n 企業の静学クールノー均衡モデルを証明した．Y.Sato (2020) では，n 企業においても，環境課税が面源汚染を減らすことを研究した．

[1]Ganguli=Raju(2013) では，環境課税と Cournot モデルに関する研究がなされている．

本論文では，静学 Cournot-Bertrand 混合複占モデルを用いて議論を行う．Cournot (1838) では寡占モデルにおいて数量変数の場合を考え[2]，Bertrand (1883) では，寡占モデルにおいて価格変数の場合を考慮している，本論文における Cournot-Bertrand 混合複占モデルにおいては，2 企業を考え，一方が価格変数を決めたとき．他方が数量変数を決め，反応関数が求まり，2 企業の最適生産量が求まる．この下で，環境課税を導入した時，経済全体で面源汚染の汚染排出量は減少するかについて検証する．静学 Cournot-Bertrand 混合複占モデルの仕組みについては，酒井 (1992) [3]において研究がなされているが，本論文では酒井 (1992) のモデルに環境課税を導入して，モデルの拡張化を試み，環境課税が面源汚染を減少させるかどうかを検証する．本論文の構成は以下のとおりである，次節で Cournot-Bertrand 混合複占モデルを展開し，環境課税が面源汚染を減らす効果を証明する．最終節でまとめを行う，

2　2 企業静学 Cournot-Bertrand 混合複占モデルにおける環境課税の効果

本節では，2 企業静学 Cournot-Bertrand 混合複占モデルを用いて，環境課税が面源汚染を減らす仕組みであるかどうかを検証する．酒井 (1992) の 2 企業 Cournot-Bertrand 静学混合複占モデルに，環境課税の仕組みを導入して，新たなインプリケーションを得ることを目標とする．以下，その手順である．

現在，市場には 2 つの企業が存在する（i=1,2)．両企業は異質財を生産すると仮定する．この時，第 i 企業の産出量を x_i，その単位価格を p_i とする. 各産出量価格 p_i を従属変数とする需要方程式を酒井 (1992) のように線形であると仮定す

[2]近年，Cournot モデルを発展させた最新の研究については，Guerrini et al (2018) のように，動学を考慮した研究も盛んである．

[3]酒井 (1990) では，本論文の Cournot-Bertrand 混合複占モデルのもととなる Cournot や Bertrand のモデルを整理している．

る．すなわち，

$$p_1 = \alpha_1 - \beta_1 x_1 - \gamma x_2, \tag{1}$$

$$p_2 = \alpha_2 - \gamma x_1 - \beta_2 x_2. \tag{2}$$

となる．ここで，酒井 (1992) の仮定と同様に，$\alpha_1{>}0, \alpha_2{>}0, \beta_1{>}0$ と $\beta_2{>}0$ という仮定をおく．また酒井 (1992) の仮定と同様，γ は x_1 と x_2 の代替・補完の程度を表わし，γ が正の場合には 2 財は代替財，γ が 0 ならば 2 財は独立財，γ が負ならば 2 財は補完財であるとする．更に，β_1 と β_2 および，γ に関して，

$$\beta_1\beta_2 > \gamma^2. \tag{3}$$

が成立するとする[4]．この仮定をおくことで，γ の値が制約され，結論に影響することとなる．次に，(1), (2) を解く． (1), (2) を行列の形式に整理すると，

$$\begin{bmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 - \beta_1 x_1 \\ \alpha_2 - \gamma x_1 - p_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

となる．故にこの (4) 式をクラメールの公式を用いて解くと，p_1 と x_2 について．

$$p_1 = \frac{-(\beta_1\beta_2 + \gamma^2)x_1 - \gamma p_2 - (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{\beta_2}, \tag{5}$$

$$x_2 = \frac{-\gamma x_1 - p_2 + \alpha_2}{\beta_2}. \tag{6}$$

となる，次に，環境課税を考慮した利潤最大化行動の式を求める．2 企業の汚染排出量 $e_i x_i$ と政府が定めた環境基準 $\bar{E}$ の差に環境課税 m を掛けた式を導入した利

[4]この仮定の経済的意味は，市場の需要構造において，いわゆる自己効果が交叉効果を上回るものであるとする (酒井 (1992), p.31)

潤関数を，第 1 企業，第 2 企業ともに求める．この時，酒井 (1992) の例と同様，第 1 企業は数量設定型のクールノー企業であり産出戦略を採るとし，第 2 企業は価格設定型のベルトラン企業であり価格戦略を採用すると仮定する．酒井 (1992) では，一方の企業が数量戦略をとり，他方の企業が価格戦略を採るという異なった戦略を採る場合があることを想定している，この場合．第 1 企業は第 2 企業の価格が不変と想定のもとで利潤最大化をもたらす数量戦略を選択し，第 2 企業は第 1 企業の数量が不変と想定して利潤最大化をもたらす価格戦略を選択するとし，両企業のペアが成立するとき，ナッシュ均衡の一つであるクールノー＝ベルトラン混合複占が成立するとする（酒井 (1992), p42)．その後，各企業の反応関数を求め，Cournot-Bertrand 複占均衡の点を求める，まず，第 1 企業に関する利潤関数は，

$$\pi_1 = p_1x_1 - c_1x_1 - m(e_1x_1 + e_2x_2 - \bar{E}). \tag{7}$$

となる，c_1 は第 1 企業の平均費用であり，一定であるとする．(7) 式に,(5),(6) を代入して整理すると，

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_1x_1 - c_1x_1 - m(e_1x_1 + e_2x_2 - \bar{E}) \\ &= (p_1 - c_1 - me_1)x_1 - me_2x_2 + m\bar{E} \\ &= [\frac{[(-\beta_1\beta_2 + \gamma^2)x_1 + \gamma p_2 + (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)]}{\beta_2} - c_1 - me_1]x_1 - me_2[\frac{-\gamma x_1 - p_2 + \alpha_2}{\beta_2}] + m\bar{E} \\ &= \frac{(-\beta_1\beta_2 + \gamma^2)x_1^2}{\beta_2} + [\frac{\gamma p_2 + (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma) + \gamma me_2}{\beta_2} - c_1 - me_1]x_1 + \frac{(p_2 - \alpha_2)me_2}{\beta_2} + m\bar{E}.\end{aligned} \tag{8}$$

(8) 式より第 1 企業が p_2 を一定として，x_1 を操作変数として利潤を最大化する場合の一階の条件は,

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = \frac{2(-\beta_1\beta_2 + \gamma^2)x_1 + (\gamma p_2 + \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma + \gamma me_2 - c_1 - me_1)}{\beta_2} = 0. \tag{9}$$

となる．更に，二階の条件は,

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_1^2} = -\frac{2(\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}{\beta_2} < 0. \tag{10}$$

となり，(3) 式により，常に満たされている．よって，第 1 企業における反応関数は x_1 に関して p_2 を用いた式で表すことができる. すなわち，

$$x_1(p_2) = \frac{\gamma p_2 + (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma - \beta_2 c_1 - \beta_2 m e_1 + \gamma m e_2)}{2(\beta_1\beta_2 - \gamma^2)}. \tag{11}$$

となる．したがって，第 1 企業の反応関数は右上がりの線形関数となる，他方，第 2 企業に関する利潤関数は,

$$\pi_2 = p_2 x_2 - c_2 x_2 - m(e_1 x_1 + e_2 x_2 - \bar{E}). \tag{12}$$

となる，c_2 は第 2 企業の平均費用であり，一定であると仮定する．(12) 式に (5), (6) を代入して整理すると，

$$\begin{aligned}
\pi_2 &= p_2 x_2 - c_2 x_2 - m(e_1 x_1 + e_2 x_2 - \bar{E}) \\
&= (p_2 - c_2 - m e_2) x_2 - m e_1 x_1 + m\bar{E} \\
&= (p_2 - c_2 - m e_2)[\frac{-\gamma x_1 - p_2 + \alpha_2}{\beta_2}] - m e_1 x_1 + m\bar{E} \\
&= -\frac{p_2^2}{\beta_2} + \frac{(-\gamma x_1 + \alpha_2 + c_2 + m e_2) p_2}{\beta_2} + \frac{c_2\gamma x_1 - c_2\alpha_2 + m e_2\gamma x_1 - m e_2\alpha_2}{\beta_2} - m e_1 x_1 + m\bar{E}.
\end{aligned} \tag{13}$$

(13) 式より第 2 企業が x_1 を一定として，p_2 を操作変数として利潤を最大化する場合の一階の条件は,

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \frac{-2p_2 + (-\gamma x_1 + \alpha_2 + c_2 + me_2)}{\beta_2} = 0. \tag{14}$$

となる．更に，二階の条件は

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial p_2^2} = \frac{-2}{\beta_2} < 0. \tag{15}$$

となり, 常に満たされている．よって，第 2 企業における反応関数は p_2 に関して x_1 を用いた式で表すことができる．

$$p_2(x_1) = \frac{-\gamma x_1 + (\alpha_2 + c_2 + me_2)}{2}. \tag{16}$$

となる．したがって，第 2 企業の反応関数は右下がりの線形関数となる．

以上より，第 1 企業の数量変数と第 2 企業の価格関数を考慮した，Cournot-Bertrand 均衡の反応関数が求まる．反応関数である (11) 式と (16) 式を連立させると Cournot-Bertrand 均衡産出量を変数 m に関して表した式が求められる[5]. クラメールの公式を適用した結果，$x_1(m)$ と $p_2(m)$ の計算結果は以下のようになる.

$$x_1(m) = \frac{2\alpha_1\beta_2 - 2\beta_2 c_1 - \alpha_2\gamma + \gamma c_2 - 2\beta_2 me_1 + 3\gamma me_2}{4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2} \tag{17}$$

$$p_2(m) = \frac{2\beta_1\beta_2(\alpha_2 + c_2) - \gamma(\alpha_1\beta_2 - \beta_2 c_1) - \alpha_2\gamma^2 - 2c_2\gamma^2 - \beta_2\gamma me_1 + (2\beta_1\beta_2 - 3\gamma^2)me_2}{4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2} \tag{18}$$

[5]計算式は Appendix A.1 を参照せよ.

(6) 式，(17) 式，および (18) 式より，

$$x_2(m) = \frac{2\beta_1\beta_2(\alpha_1 - 2\alpha_2 + c_2) - \gamma(\alpha_1\beta_2 - \beta_2 c_1) - \gamma^2(\alpha_2 - c_2) - \beta_2\gamma m e_1 + 2\beta_1\beta_2 m e_2}{\beta_2(4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2)}. \tag{19}$$

が求まる，(17) 式，および (19) 式について偏微分すると，

$$\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{-2\beta_2 e_1 + 3\gamma e_2}{4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2}. \tag{20}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{-\beta_2\gamma e_1 + 2\beta_1\beta_2 e_2}{\beta_2(4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2)}. \tag{21}$$

が求められる，故に，(20) 式，および (21) 式より環境課税の変化を考慮すると，

$$\frac{\partial(e_1x_1 + e_2x_2)}{\partial m} = -\frac{2(\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2 - 2\gamma e_1 e_2)}{\beta_2(4(\beta_1\beta_2 - \gamma^2) + \gamma^2)}. \tag{22}$$

となる，環境課税が効果があることを確認するために，(22) 式が負になるための条件を考える．ここで，次の命題が成立する，

命題 1. γ の符号が正，0，負のいずれであっても，$\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}<0$ が成立する．

証明. (22) 式が負になるための条件は，次の通りである．$\gamma \leqq 0$ ならば，(22) 式は必然的に負の値となる．他方，$\gamma>0$ の場合を考える．(22) 式より分子の条件は，

$$\gamma < \frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1e_2}. \tag{23}$$

となる．(23) 式の γ の値に関しては，(3) 式の仮定の平方根を考慮すると，以下の計算ができ，

$$\frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1e_2} - \sqrt{\beta_1\beta_2} \geqq 0. \tag{24}$$

となる[6]，故に γ がいかなる値でも (24) 式が常に成り立つので，(3) 式を考慮に入れると，不等式 (23) 式が常に満たされることがわかる　(証明終わり）.

故に，一方が数量変数で行動し，他方が価格変数で行動するクールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいても，双方が数量変数を考慮して動くクールノーモデル同様に，環境課税は企業の汚染排出量を減らすことが出来ると証明可能なのである.

3　おわりに

本論文では，面源汚染を減らすために，環境課税を用いて考察を行った．結果として，静学 Cournot-Bertrand 混合複占モデルにおいては，いかなる場合であっても，環境課税が面源汚染を減らすというインプリケーションを得ることができた，本論文では，静学複占モデルに留まっている．今後の研究ととして，動学の複占モデルや，静学・動学の寡占モデル化などの展開が考えられる．これらについては，次稿以降の課題としたい，

Appendix

A.1　Cournot-Bertrand 複占均衡を求める反応式の途中の計算式

反応関数 (11) 式と，(16) 式を連立させ行列の形を作ると，

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\gamma}{2(\beta_1\beta_2-\gamma^2)} \\ \frac{\gamma}{2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma-\beta_2c_1-\beta_2me_1+\gamma me_2}{2(\beta_1\beta_2-\gamma^2)} \\ \frac{\alpha_2+c_2+me_2}{2}. \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

[6]計算式は Appendix A.2 を参照せよ.

となる，クラメールの公式を導出し展開すると，$x_1(m)$ は.

$$x_1(m) = \frac{1}{(4+\frac{\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2})}[\frac{2(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma-\beta_2c_1-\beta_2me_1+\gamma me_2)}{2(\beta_1\beta_2-\gamma^2)}+\frac{\gamma(\alpha_2+c_2+me_2)}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}]. \tag{A.2}$$

となり，$p_2(m)$ は,

$$p_2(m) = \frac{\beta_1\beta_2-\gamma^2}{(4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2)}[2(\alpha_2+c_2+me_2)-\frac{\gamma(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma-\beta_2c_1-\beta_2me_1+\gamma me_2)}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}]. \tag{A.3}$$

となる，故に (A.2) 式を展開して (17) 式が導出でき，(A.3) 式を展開して (18) 式が導出できる，かつ，$x_1(m)$ と $p_2(m)$ を含む $x_2(m)$ の式は，(1) 式と (2) 式を連立して出てくる

$$x_2 = \frac{-\gamma x_1 - p_2 + \alpha_2}{\beta_2}. \tag{A.4}$$

を応用する．この (A.4) 式の x_1 と p_2 へ $x_1(m)$ と $p_2(m)$ の値を代入すると，

$$\begin{aligned} x_2(m) = &-\frac{\gamma}{\beta_2}\frac{1}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2}[2\alpha_1\beta_2-2\beta_2c_1-\alpha_2\gamma+c_2\gamma-2\beta_2me_1+3\gamma me_2] \\ &-\frac{1}{\beta_2}\frac{1}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2}[2\beta_1\beta_2(\alpha_2+c_2)-\gamma(\alpha_2\beta_2-\beta_2c_1)-\alpha_2\gamma^2+2c_2\gamma^2+\beta_2\gamma me_1+(2\beta_1\beta_2-3\gamma^2)me_2] \\ &+\frac{\alpha_2}{\beta_2}. \end{aligned} \tag{A.5}$$

したがって、(A.5) 式を展開することによって，(19) 式が得られる，故に，$x_1(m)$ と $x_2(m)$ が導出完了した.

A.2 (24) 式の計算

(24) 式を展開すると，次のようになる．すなわち．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1e_2} - \sqrt{\beta_1\beta_2} \\
&\qquad = \frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2 - 2e_1e_2\sqrt{\beta_1\beta_2}}{2e_1e_2} \\
&\qquad = \frac{(\sqrt{\beta_2}e_1)^2 + (\sqrt{\beta_1}e_2)^2 - 2(\sqrt{\beta_1}e_1)(\sqrt{\beta_2}e_2)}{2e_1e_2} \\
&\qquad = \frac{(\sqrt{\beta_2}e_1 - \sqrt{\beta_1}e_2)^2}{2e_1e_2} \geqq 0.
\end{aligned}
\tag{A.6}
$$

よって，(24) 式が証明された．

References

[1] Bertrand.J,1883. Revue de la Theorie Mathematique de la Richesse Sociale et des Recherches serr, les Principles Mathematiques dela Theorie des Richesses.*Journal des Seuants*, 499-508.

[2] Cournot. A, 1838. Recherches sur les principes mathmatiques de la thorie des richesses". 邦題 『富の理論の数学的原理に関する研究 *(*近代経済学古典選集 *(2))*』, 中山伊知郎, *2004,* 日本経済評論社, 15: 87-98.

[3] Ganguli, S. and Raju, S., 2013. Strategic Firm Interaction, Returns to Scale, Environmental Regulation and Ambient Charges in a Cournot Duopoly. *Technology and Investment*, 4: 113-122.

[4] Guerrini, L., Matsumoto, A. and Szidarovszky, F., 2018. Delay Cournot Duopoly Models Revisted. *Institute of Economic Research Chuo university*, 298.

[5] 酒井泰弘, 1990. 寡占と情報の理論, 東洋経済新報社.

[6] 酒井泰弘, 1992. ク-ルノ-・ベルトラン混合複占–数量戦略と価格戦略-. 筑波大学経済学論集, (27): 27-61.

[7] Segerson. K, 1988. Uncertainty and Incentives for Non-Point Pollution Control. *Journal of environmental economics and management*, 15: 87-98.

[8] Sato, H., 2017. Pollution from Cournot Duopoly Industry and the Effect of Ambient Charges. *Journal of Environmental Economics and Policy*, 6(3): 305-308.

[9] Sato, Y., 2020. The Effectiveness of Ambient Charges in an n-firm Cournot Oligopoly. *The Discussion Paper of the Institute of Economic Research Chuo University,*.

[10] Xepapadeas, A., 2012, The Economics of Nonpoint Source Pollution, *Annual Review of Resource Economics*, 3, 355-373.