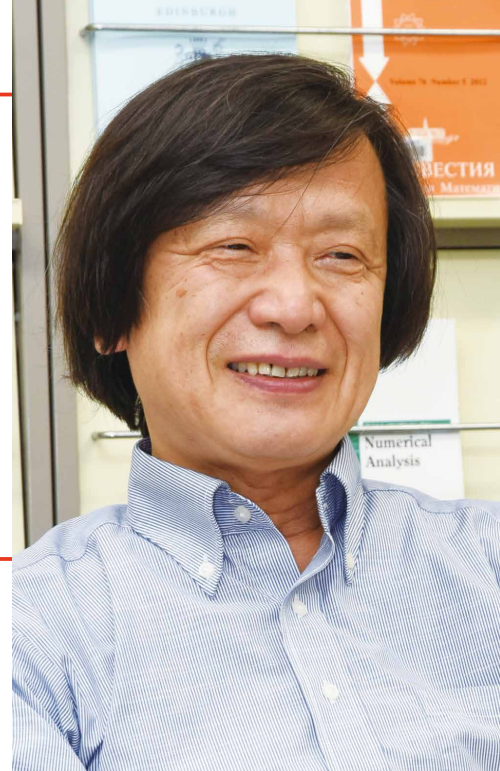


理工学部数学科／代数学研究室

代数幾何学

宮岡 洋一 教授

【プロフィール】 宮岡 洋一（みやおか よういち）▷1972年、東京大学理学部数学科卒業。1975年東京大学大学院理学系研究科博士課程中途退学。1975年より東京都立大学（現首都大学東京）理学部にて助手・助教授・教授、1991年立教大学理学部教授、1993年京都大学数理解析研究所教授。2001年、東京大学大学院数理科学研究科教授。2015年より中央大学理工学部教授。前述のほか、ドイツのボン大学、英国のウォーリック大学、イタリアのピサ大学、米国のコロンビア大学、ドイツのマックスプランク研究所などで客員研究員や客員教授を歴任。



私たちの住む環境とは別の「n次元」にある「代数」と「幾何」が融合した世界で、純粋数学が抱いている“美しさ”と出会う。

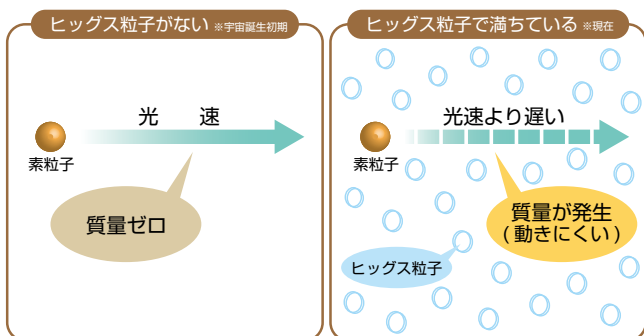
「代数幾何学」。一見相反する存在と思いがちな「代数」と「幾何」の二つの分野が一つに融合したのが宮岡先生の研究領域です。皆さんは「ヒッグス粒子」という言葉を聞いたことがあるでしょうか。物理の基礎理論とも関わる重要な発見でしたが、宮岡先生の研究は、この物理学の重要な命題に起因しながら、現実とは全く別の「n次元」を想定して研究される、純粋数学の世界で展開されます。そこで先生が重視するのが「理論の美しさ」。難解な数学の言葉を、できる限り普通の言葉に変えて語られる「数学」の世界は、これまで抱いていたイメージを変えてしまうかもしれません。

万物の質量のもととなるヒッグス粒子が研究の源

宮岡先生の研究にきっかけを与えた「ヒッグス粒子」とは、一体何なのだろう。数学科の先生に、いきなり物理についてのレクチャーからお願いしました。

「いわば万物の質量のもとですね。全ての物に関わっています。質量は「物の動きを邪魔する力」と言ってよいと思います。動きにくいので物の動きが遅くなるというわけです。その動きにくさの度合いを表すのが質量です。重量とは違って、引力によって定義されているわけではありませんが、実験的には質量と重量は比例することが確かめられています。質量がないと（邪魔する力がないので）物質は光の速度で運動してしまうんですよ。

物理学では、電磁場など「場」という概念を使いますね。私が研究対象にしているヒッグス場は、ヒッグス粒子の運動を表す、



▲質量のもとであるヒッグス粒子がない場では、物質は抵抗を受けないため光速で動くが、ヒッグス粒子が満ちている場では、その抵抗を受けるので動きが遅くなる。

と理解してもらえばいいと思います」

簡潔に説明いただいたが、先生はもちろん数学者。実は先生が手がけている分野は、このヒッグス粒子から生まれてはいるものの、物理とは関係のない次元で行われています。

「物理学者と共同研究されている方もいらっしゃいますが、私がいま研究しているテーマは完全に数学の問題です」

代数・幾何・解析の3分野は切り離すことができない

宮岡先生の専門は代数幾何学。代数は数字、幾何は図形を扱う、と単純に区別しがちですが、その2つを合わせた学問の意味からお聞きしました。

「いわゆる数学の3大分野といわれる代数・幾何・解析は、別々に存在するのではなく、切り離すことができません。代数を使った幾何も、解析を使った幾何もありますし、幾何を使って代数の証明を行う場合もあります。代数はどちらかと言えば抽象化して捉える特長が、解析はそれよりも具体的に、幾何は直感的に捉える性質があると言えます。

幾何の対象を図形と単純に言いますが、5次元、6次元の図形は人間の目では形を捉えられません。一方で円の方程式が多項式で（半径が2の場合は $x^2+y^2=4$ と表すことができるように、代数と幾何は関わっているんですね。なお、 $y=\sin x$ など多項式でない場合は代数幾何とは呼びません。

これらを前提に代数幾何学を端的に言えば、代数的な方程式で定義される幾何学と言えます」

複雑な問題を単純化できる 代数的な手法

目に見えない高次元の図形は、数学的知識が深くないと理解するのが難しい。宮岡先生はその内容を「コホモロジー」という言葉を使って説明します。

「統一見解がある訳ではないのですが、図形がどんな風にねじれているか、それほど素直ではないかを表す量が『コホモロジー』と言ってよいでしょう。これが代数幾何の重要なツールで、代数幾何は全てコホモロジーの言葉で書かれています。どこかに物体を観測できるということは、そこで何かが完全には同質ではない、ということを示しています。その同質でないものを表すのがコホモロジーです。言い換えれば、さまざまな物の（単純には表せない）複雑さを表しているとも言えます。

2次元の世界で球面と平面を比べれば目で見えるから違いはすぐ分かります。でも私が研究しているn次元の世界は目に見えません。だから何かを導入して球面と平面の違いを説明しなければならないのですが、そこで使われるのがコホモロジーなのです」

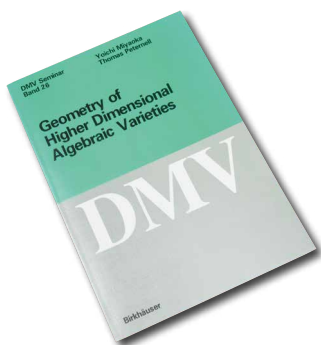
そこで先生が「単純化して捉える」と特長付けられた代数的な手法の力が発揮されます。

「複雑なものを捉えようとするとき、複雑なままでは考えにくいですよね。例えば複雑さのなかに対称性を見出すと、複雑さが減って単純化して捉えることができます。図を左右や上下で反転しても形が変わらず、再び戻しても変わらない場合に対称性を持っていると言います。このように、対称性を持ち込んで考えるのが代数の手法の一つで、物事を整理してきれいにする傾向があります」

「ヒッグス場」は「ヒッグス粒子の運動を表す」と説明しましたが、宮岡先生はこのヒッグス場で運動を記述する方程式の問題を、こうした純粋数学の代数的手法を用いて研究しています。そこから得られる数学者としての喜びを先生は次のように語ります。

「代数的な新しい見方を取り入れることで、理論がより美しくなり、新しい結果や応用が得られるところに研究の醍醐味があります」

「理論の美しさ」を感じられる 感性をもつことが重要



▲和書名は「高次元代数多様体の幾何」(共著)。ドイツ数学会のセミナーの講義ノートより、宮岡先生の専門分野である代数幾何学の主要対象である代数多様体についてまとめられている。

美しい理論を求める宮岡先生の研究室の門を叩く学生に、期待していることをたずねてみました。それは、いつしか先生独自の数学論とも言える内容になっていきます。

「数学では計算によって得られる数値は一つですが、証明は一つではありません。いい証明も、悪い証明もあります。前提を変えれば答えも変わるので、正しい設定条件は何なのかを考えながら学んでほしい。このと

き重要になるのは、その人の“感性”です。証明の方向性をどちらに進めるかを決めるのは感性なのです。感性で『こうなるべき』と分かって初めて論理が働くわけです。先に述べた『理論の美しさ』を、感覚として分かるのが、数学に必要な感性です」

しかし「理論の美しさ」は、私たちが普通に感じる美しさとは少し違うようです。

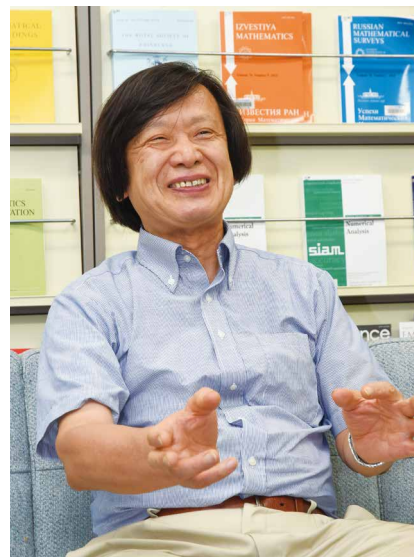
「もちろん絵を見て美しいと感じる感性と

は違います。例えば高校時代に学ぶピタゴラスの定理。これも、きちんと証明を理解できると、とてもきれいに組み立てられていることが分かります。あるいは、素数が無限にあるという証明を追ってみて、『ああ、こんなことができるんだ』と感ずることが出来る。そんな感性のある人が望ましいですね。

未知の問題に取り組む気力が大切です。そのためには関心をもたなければなりません、その前提として感動がなければならぬと思うのです。そして、その感動は、数学の場合はやはり『美しさを感じる』から生まれるんですね。それがないと関心をもつものもないでしょう。

きちんと論理で証明できる学問は数学しかない、と言って過言ではありません。ですから論理力や思考力は当然大切なのですが、それを動かすための感性ももち合わせてほしいと思うのです」。

宮岡先生の口から放たれる「証明するためには、言葉しかありません。数式も一種の言葉ですから、言葉しかないのです」というメッセージが、感性の大切さを裏付けるかのように、数学の地平をぐんと広げてくれた気がしました。



▲物理の「ヒッグス場」と関わりながら、それとは全く別の純粋数学の世界で展開される宮岡先生の研究領域で、「理論の美しさ」と出合ってください。

Message ~受験生に向けて~

自分の力で未知の問題に取り組む楽しさを知ってほしいと思います。既存の論文はもちろん参考にしますが、問題を自分の力で見つけ、じっくりと考え、きちんと解いていく。それが数学の肝です。そうした努力を根気強く続ければ、新しい発見ができる可能性が待っています。高校時代は問題を見つけるという訓練はしないので、数学的に意味ある問題を探すのは結構大変だと思います。論文を熟読して理解し、考えることに挑んでください。