

Discussion Paper No.239

ゼロ金利下における混合型のインフレ期待仮説と
マッカラム・ルールのマクロ動学

中央大学経済学部助教 青木 慎

November 2014



INSTITUTE OF ECONOMIC RESEARCH
Chuo University
Tokyo, Japan

ゼロ金利下における混合型のインフレ期待仮説と マッカラム・ルールのマクロ動学

青木 慎*

要約

本論は、流動性のわなの下に中央銀行が名目貨幣供給成長率（ないしは、マネタリー・ベースの成長率）を政策手段とするルールを使った安定化政策に関して、小域的な動学分析を行う。本論のモデルのフレームワークは、独占的競争市場モデルであるが、それに2つの仮定を追加した。第1に、価格の硬直性ではなく、不完全労働市場の仮定をおいた。第2に、名目利子率の下限の下では、貨幣と国債の不完全な代替性が生じるものとした。

名目貨幣供給成長率（ないしは、マネタリー・ベースの成長率）に関する簡易的なルール（マッカラム・ルール（McCallun(1988), マッカラム(1993).)）を導入し、動学分析を行ったところ、目標インフレ率の信認の程度によるが、長期均衡点は小域的にサドル均衡点となる。リーマン・ショック後の日本と米国のそれぞれにおいて、金融政策の積極性とインフレ率の関係が強く結びついている。本論はモデルを通じて、先進諸国の中で日本経済がデフレ経済からなぜ立ち遅れたのか、名目貨幣供給成長率（ないしは、マネタリー・ベースの成長率）に関するルールの視点から考察する。

1. はじめに

本論は、流動性のわなの下で中央銀行が名目貨幣供給成長率（ないしは、マネタリー・ベースの成長率）を政策手段とするルールに基づいた自動安定化政策を行ったときの、小域的な動学分析を行う。

1990年代に入ると先進諸国の中央銀行の金融政策手段は名目利子率となり、こうした政策手段のマクロ経済的影響を題材にした研究なされた。¹⁾ 1997年から慢性的なデフレ不況の日本経済、2008年にリーマン・ショックに端を発した米国経済において、両国ともに中

* 中央大学経済学部 任期制助教

¹⁾ Taylor(1993), Benhabib et al. (2001)(2002), Woodford(2003), Asada(2010)等がある。

中央銀行は、ゼロ金利という量的緩和政策を実行した。これにより、中央銀行は名目利子率に基づく政策運営ができなくなった。

流動性のわなの下では、中央銀行が可能な政策として、第1にマネタリー・ベースの成長率を拡大させることと、第2にインフレ率の目標値を公衆にコミットするインフレ・ターゲットリングが考えられる。しかし、日本銀行が積極的に上の2つの項目を乗り出したのは、2013年に日銀総裁の交代による政策転換からである。また、米国連邦準備制度理事会（FRB）においても、リーマン・ショック後、大胆な量的緩和を幾度か実行したものの、本格的にインフレ・ターゲットリングを導入したのは2012年1月からである。

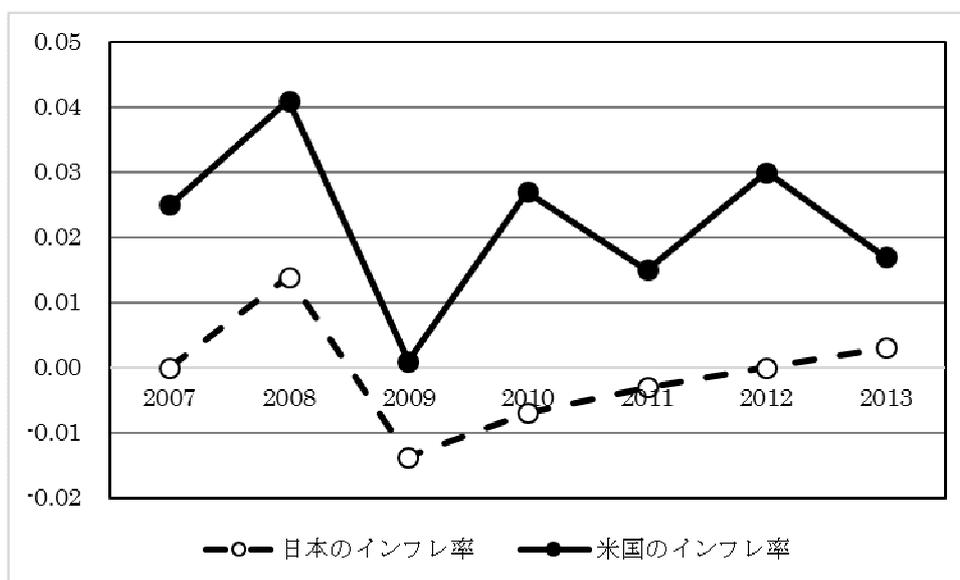


図1. 日本と米国の消費者物価指数の増加率

出所：総務省統計局『消費者物価指数（CPI）』，
U.S. Department of Labor Bureau of Labor Statistic

図1は2008年のリーマン・ショック後の日本と米国の消費者物価指数の増加率の推移である。両国とも2009年には大きく落ち込んでいる。しかし、米国と日本のその後のインフレ率の回復推移は大きく異なっている。その要因は、量的緩和に対する金融政策の積極性の違いである。白川(2011)の「図表3. マネタリーベースと物価」によると、1997年の消費税増税以降、デフレ経済に突入するが、日本銀行は1995年から2011年の16年かけてマネタリー・ベースの増加はほぼ2.5倍である。それに対して、2008年のリーマン・ショック後、米国連邦準備制度理事会は3年もしないうちに、マネタリー・ベースの増加は2.5倍である。日本銀行は確かに量的緩和を実行し努力の姿勢が見えるが、インフレを警戒した消極性がデフレから抜け出すことを遅らせたのではないかと本論は考える。

本論のモデルでは、図1のように経済成長率が急激な低下をし、不完全雇用状態を想定する。その下で中央銀行はゼロ金利に基づく量的緩和政策と経済目標値を公衆にコミットするインフレ・ターゲティング政策を実行するものとする。さらに、中央銀行は予め経済行動を組み込んだ自動安定化装置として機能する「ルール」に基づいてマネタリー・ベースの成長率をコントロールするものとする。このルールは、簡易的な「マッカラム・ルール」を設定する。(McCallun(1988), マッカラム(1993).) マッカラム・ルールは、実際の名目 GDP 成長率が名目 GDP 成長率の目標値を下回ったときにマネタリー・ベースの成長率を上昇させ、目標成長率以上の成長を達成したときにはマネタリー・ベースの成長率を引き下げるという仕組みである。

本論で扱われるモデルのフレームワークは、ミクロ経済学的基礎による独占的競争市場モデルに基づいている。²⁾ ただし、本論のモデルでは価格の硬直性を導入しない。その代わりに、不完全労働市場の仮定を設ける。この仮定により、インフレ期待に関して完全予見とする合理的期待仮説を用いず、「混合型」のインフレ期待仮説を導入した。また、名目利子率が流動性のわなの下では、貨幣と国債の不完全な代替性は解消されないものと仮定した。この2つの仮定は標準モデルと比べて本論のモデルとの相違点であり、特色である。

本論のマクロ・モデルに基づく動学分析では、概ね長期均衡点が小域的にサドル均衡点である。特に「混合型」のインフレ期待仮説において、「過去を見る」期待形成に近いほどにあってもサドル経路安定的である。これは、浅田(2005)(2013), Asada(2010)(2013)のマクロ経済学的基礎に基づく動学的結論と大きく異なる。マクロ経済学的基礎のケースでは、「過去を見る」期待形成のウェイトが大きくなると、長期均衡点は小域的に不安定になる。ミクロからの基礎とマクロからの基礎では、同じ「混合型」のインフレ期待形成仮説を使っても、異なる動学的結論が示される。また、後述で示されるモデル、および、その動学分析を通じて、先進諸国の中で日本経済がデフレ経済からなぜ立ち遅れたのか、名目貨幣成長率（ないしは、マネタリー・ベースの成長率）に関するルールの視点から考えてみる。

第2節は、ミクロ経済学的基礎によって家計、企業、政府の行動の設定を行う。第3節では、前節のミクロ経済学的基礎からマクロ・モデルを構築する。このとき、不完全労働

²⁾ 離散時間のモデルではあるが、独占的競争市場モデルの標準的なミクロ経済学的基礎は、Woodford(2003), Walsh(2003), Galí(2008)がある。また、ミクロ経済学的基礎を前提に名目利子率の下限にあるときの金融政策について論じている文献として、考え方に相違があるものの Eggertsson=Woodford(2003), Eggertsson(2006)(2008), Ono(2013)がある。

市場の仮定から「混合型」のインフレ期待形成仮説を導入する。第4節では、前節のマクロ・モデルから小域的にサドル経路安定的であることを示す。それと共に位相図を提示し、政府債務・GDP比率が下降していくことを示す。第5節では、これまでの研究成果をまとめる。

2. 基本設定

この節では、ミクロ経済学的基礎に基づく家計、企業の行動と、政府の政策行動について設定を行う。初めに、このモデルでは、人口成長を考えないものとする。各家計は次の効用を最大にするものとする。³⁾

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{b}{1-\chi} \left(\frac{M_t}{P_t} \right)^{1-\chi} - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{M_t}{B_t} - \bar{\psi}^f \right)^2 \right] dt \quad (1)$$

ただし、 $\chi > \sigma > 1$, $\rho, \varepsilon, b > 0$ とする。以下では記号の意味を列挙しておく。 C_t = 消費, Y_t = 実質国民所得, M_t = 名目貨幣, P_t = 物価水準, B_t = 家計が保有する名目国債。ただし、定常状態において、貨幣・国債比率を $\bar{\psi}$ と定義し、名目利子率が下限にないときの貨幣・国債比率を $\bar{\psi}^f$ と定義する。(1)式右辺第2項の実質貨幣需要は、家計が貨幣を交換手段として利用するとき、ないしは、安全資産としてのサービスを受けたときに効用を増加させる。

それとは反対に(1)式右辺の最後の項は、貨幣と国債の取引に対する調整費用である。⁴⁾ここで扱う国債は便宜上、短期から長期までの国債の種類を混合した国債であるものとする。そのため、家計はよりリスク性を伴う国債市場に参入していることになり、追加的に国債を購入すると貨幣の流動性を失うことになる。国債市場で国債から貨幣に交換するとき、家計はその調整費用を不効用の増加によって代価を支払う。貨幣・国債比率の限界不効用は、貨幣の流動性を確保するための価値を表している。

家計は最適計画を作る上で、事前に実際のインフレ率 π_t を知らないものとする。そのため、実質の予算制約式に期待値をとれば、次のように表される。

$$\dot{D}_t = w_t L_t + \Pi_t + (i_t - \pi_t^e) D_t - C_t - T_t + (i^m - i_t) m_t \quad (2)$$

³⁾ 家計に関して暗黙的に同質性の仮定を置いている。

⁴⁾ この調整費用関数は Andrés et al.(2003)に基づいている。

以下では記号の意味を列挙しておく． D_t = 実質総資産， W_t = 名目賃金， $w_t = W_t / P_t$ = 実質賃金， L_t = 労働供給， Π_t = 実質株式配当， i_t = 国債の名目利子率， $\pi_t = \dot{P}_t / P_t$ = インフレ率， π_t^e = 期待インフレ率， $m_t = M_t / P_t$ = 実質貨幣， T_t = 実質租税， i^m = 名目貨幣（マネタリー・ベース）の名目利子率，ないしは，名目利子率の下限（一定）．

一般的にミクロ経済学的基础では，民間銀行による乗数的な資金の貸借を考えに含まれていない．そのため，貨幣供給の数量はマネタリー・ベースの数量に一致する．故に， i^m はマネタリー・ベースの利子率と考えてよい．また，国債の名目利子率には下限制約があり，マネタリー・ベースの名目利子率がその下限に当たる．（ $i_t \geq i^m$ ）

本論では，名目利子率が流動性のわなの下では，貨幣と国債の不完全な代替性は解消されないものと仮定する．この仮定の理由は，貨幣市場において名目利子率による価格メカニズムが停滞することにより，貨幣の需要者と供給者間の数量調整に依存するためである．家計は貨幣と国債を瞬時に調整できず，ある程度の調整コストが残り続ける．少し極端であるが単純化のため，本論のモデルでは次のようにこれを考える．

$$\begin{aligned} \bar{\psi} - \bar{\psi}^f > 0 & \quad \text{if} \quad \bar{i} = i^m \\ \bar{\psi} - \bar{\psi}^f = 0 & \quad \text{if} \quad \bar{i} > i^m \end{aligned} \quad (3)$$

この経済では，資産の種類は2つあり，1つは名目貨幣 M_t であり，もう1つは政府が発行する名目国債である．従って，家計の名目総資産は $P_t D_t = M_t + B_t$ であり，(2)式はこの制約を含んでいる．

本研究の焦点は，貨幣市場が流動性のわなに陥っているときの金融政策の動学分析にある．そのため，貨幣市場が流動性のわなに陥っているものとする．

$$i_t = i^m \quad (4)$$

(4)式に関して，例えば，中央銀行は，実際のインフレ率が目標インフレ率に安定化するまでゼロ金利を解除しないと行ったようなことを想定したものである．

$P_t D_t = M_t + B_t$ と(2)式，(4)式を制約条件にして家計は(1)式を最大化するように C_t と M_t を決定する．経常価値ハミルトニアンを作る．

$$\begin{aligned} H = & \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{b}{1-\chi} \left(\frac{M_t}{P_t} \right)^{1-\chi} - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{M_t / P_t}{D_t - M_t / P_t} - \bar{\psi}^f \right)^2 \\ & + \lambda_t [w_t L_t + \Pi_t + (i^m - \pi_t^e) D_t - C_t - T_t] \end{aligned}$$

λ_t は共役変数である．1階条件，随伴方程式，横断性条件は次のようになる．

$$C_t^{-\sigma} = \lambda_t \quad (5)$$

$$b m_t^{-\lambda} = \frac{\varepsilon D_t}{(D_t - m_t)^2} \cdot \Lambda(m_t, D_t) \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}_t = [\rho - (i^m - \pi_t^e)] \lambda_t - \varepsilon \frac{m_t}{(D_t - m_t)^2} \cdot \Lambda(m_t, D_t) \quad (7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \lambda_t D_t = 0 \quad (8)$$

ただし、 $\Lambda(m_t, D_t) = m_t / (D_t - m_t) - \bar{p}^f$ とする。

次に、企業の行動について定義する。企業の数 n は、単位区間 $[0, 1]$ 上にある実数値が存在する数だけあるものとする。1つの企業は1種類の製品を生産する。各企業 $j \in [0, 1]$ の生産関数は

$$Y_{jt} = A_t L_{jt}^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (9)$$

と定義する。 A_t は生産性の水準である。生産性の成長率は、ショックがなければ、経時的に外生的に一定の比率で成長する。

$$\frac{\dot{A}_t}{A_t} = \delta_A > 0 \quad (10)$$

各企業は独占的に次の需要関数があるものとする。

$$Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t, \quad \eta > 1 \quad (11)$$

企業 j は(9)と(11)式を制約条件にして名目利潤関数

$$P_t \Pi_{jt} = P_{jt} Y_{jt} - W_t L_{jt}$$

を最大化するように P_{jt} を決定する。1階条件より企業 j の価格は、(9)式を使って、

$$P_{jt} = \left(\frac{\nu}{1-\alpha} \right) \frac{W_t Y_{jt}^{\alpha/(1-\alpha)}}{A_{jt}^{1/(1-\alpha)}} \quad (12)$$

である。 $\nu = \eta / (\eta - 1) > 1$ は、マークアップである。

最後に、政府の財政政策と中央銀行の金融政策について定義する。政府の予算制約式は、次のように表される。⁵⁾

$$\dot{D}_t = G_t - T_t + (i_t - \pi_t) D_t \quad (13)$$

⁵⁾ その他に本来は、(13)式の右辺には $(i^m - i_t) m_t$ が足される。この項は中央銀行が政府に納める国庫納付金である。しかし、(4)式より名目利率は下限にあるため、この部分は除かれている。

実質政府支出 G_t と実質租税 T_t に関して経済の規模（実質国民所得）に一定の比率を掛け合わせたものに等しいものとする。さらに、政府の財政はプライマリー赤字とする。

$$G_t = g Y_t, \quad T_t = \tau Y_t, \quad 0 < \tau < g < 1 \quad (14)$$

中央銀行は、次のような構成に基づいて名目貨幣供給成長率（もしくは、マネタリー・ベースの成長率）をコントロールするものとする。

$$\mu_t = \frac{\dot{M}_t}{M_t} = \bar{\mu} + \beta \left(\delta^* - \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} - \pi_t \right) \quad (15)$$

ただし、 $\beta \geq 0$ とする。記号の意味は次の通りである。 δ^* = 名目 GDP 成長率の目標値（一定）、 $\bar{\mu}$ = 長期の名目貨幣成長率（一定）。一般的にミクロ経済学的基礎では、民間銀行による乗数的な資金の貸借を考えていない。そのため、貨幣乗数は 1 であり、貨幣供給の数量はマネタリー・ベースの数量に等しい。(15)式の名目貨幣供給成長率のルールは、簡易的なマッカラム・ルールといって良いであろう。(McCallum(1988), マッカラム(1993).) (15)式のルールの特徴は、現実の名目 GDP 成長率が目標成長率を下回ったときにマネタリー・ベースの増加率を上昇させ、目標成長率以上の成長を達成したときにはマネタリー・ベースの増加率を引き下げるというものである。

3. マクロ・モデルと均衡条件

この節では、前節のミクロ経済学的基礎から、「対称性」の仮定を適用してマクロ・モデルを組み立てる。それと共に、不完全労働市場を仮定することで、「混合型」のインフレ期待形成仮説を導入する。マクロ・モデルは次のように構成される。

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \frac{1}{\sigma} \left[i^m - \pi_t^e - \rho + b(1-g)^\sigma \frac{Y_t^{\sigma-1}}{d_t m_t^{\lambda-1}} \right] \quad (16)$$

$$\pi_t = \pi_t^e + \kappa \left(\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} - \delta_A \right); \quad \kappa = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad (17)$$

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma [\theta (\bar{\pi} - \pi_t^e) + (1-\theta) (\pi_t - \pi_t^e)] \quad (18)$$

(16)式は、総需要 (AD) の動学条件である。(16)式の導出について説明する前に 1 つの仮定をおく。財・サービス市場は均衡しているものとする。

$$Y_t = C_t + G_t \quad (19)$$

(19)式に(14)式を代入する。

$$C_t = (1-g)Y_t \quad (20)$$

(5)・(7)式から λ_t を消去する.

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{1}{\sigma} \left[i^m - \pi_t^e - \rho + \frac{b C_t^\sigma}{D_t m_t^{\chi-1}} \right] \quad (21)$$

最後に、政府債務・GDP 比率を $d_t = D_t/Y_t$ と定義し、(20)式を使って(21)式に代入すると AD の動学条件(16)になる.

(17)式は総供給 (AS) の動学条件である. (17)式の導出について説明する前に、ここでも2つの仮定をおく. 1つの仮定は、各企業とも対称性があるものとする. 従って、

$$P_t = P_{jt}, \quad Y_t = Y_{jt}, \quad A_t = A_{jt}, \quad \forall j \in [0,1] \quad (22)$$

である.

もう1つの仮定は、不完全労働市場の仮定である. 労働市場では、製品の価格を所与として、初めに企業と労働者間で賃金を決定するものとする. その方法は、例えば、交渉や企業からの求人広告などによって何度か賃金が提示され、双方が納得したところで賃金が確定する. その名目賃金の下に、企業は労働市場で需要しただけ労働者を雇用し、製品の価格を決める. 名目賃金は次のように単純な関係によって決定されるものとする.⁶⁾

$$W_t = z P_t^e A_t, \quad z > 0 \quad (23)$$

名目賃金は期待物価水準と生産性の水準によって決まる. z は、企業と労働者間の賃金の交渉力に影響を与える経済構造の水準であり、一定とする. この経済構造は、失業保険制度や最低賃金規制、解雇・雇用の制限法などが含まれている. 労働者にとって物価水準が上昇すると予想するのであれば、労働者は少なくとも以前の生活水準を維持するために賃金を引き上げる作用がある. また、生産性の水準 A_t の向上は、労働者の技術水準の向上であり、労働者は能力に見合った対価を企業に要求する作用がある.

(10)、(22) 式を使って、(12)と(23)式のそれぞれに対数をとって時間で微分して組み合わせると、(17)式が導出される.

民間経済主体のインフレ率の予想に関して、完全予見と整合する合理的期待仮説ではな

⁶⁾ 本文の単純な名目賃金の決定は、アドホックであると言えるかもしれない. この点に関して次のような意図がある. (23)式の名目賃金は労働者1単位当たりのものであることに注意しなければならない. 教科書的には、名目賃金の決定に失業率の影響を考慮するが、これは景気動向に応じた賃金交渉の影響力を示唆するものである. 本モデルでは、その代わりに労働者の技術力を名目賃金の決定に影響を与えるように仮定した. それにより、(23)式において、期待デフレの脱却によって名目賃金が増加することがより鮮明に表すことができる.

く、「混合型」の期待形成仮説(18)を導入する。⁷⁾ 完全予見仮説では、情報の完全性を満たすため、公衆は、中央銀行が政策を実行する上で守っている戦略やルール（政策レジーム）を完全に把握していることになる。また、この仮説では、インフレ・ターゲティングにおいて、信憑性があると公衆が信じれば、極端にもそれが即座に実現する。こうした仮説は理論分析をする上で基準にはなるが、あまりにも現実離れしすぎている。

本モデルでは、家計（もしくは、労働者）と企業間の「情報の非対称性」を想定している。不完全労働市場の仮定から、家計のインフレ予想を表す期待インフレ率は‘事前に’決定されるものであった。それに対して、実際のインフレ率は‘事後に’企業によって決定されるものである。こうした不完全労働市場の仮定により、「混合型」のインフレ期待形成仮説(18)を導入する。

$\bar{\pi}$ は長期均衡のインフレ率であるが、中央銀行によって公表された目標インフレ率と一致するものとする。 γ はインフレ期待の調整速度である。(18)式の右辺第1項は「将来を見る」期待形成であり、(18)式の右辺第2項は「過去を振り返る」適応的期待形成である。 $\theta \in (0, 1]$ は公衆がインフレ率を予想する上で中央銀行の金融政策に対する信認の程度を表している。そのため、 θ が1の近くにあるとき、(18)式の右辺第1項は、公衆が中央銀行からコミットされた目標インフレ率 $\bar{\pi}$ の近くをそれに向かって徐々に収束していくと考えている。逆に、 θ が0の近くにあるとき、((18)式の右辺第2項から) 公衆は過去のインフレ率を観測してインフレ率の予想を調節する。ただし、本モデルでは、 $\theta = 0$ を考慮しないものとする。

(16)-(18)式までが本論の「マクロ・モデルの基礎」を成している。これらを下にマクロ動学モデルを組み立てる。前もって、消費の総資産に対する限界代替率（以後、総資産に対する限界代替率）を次のように定義する。

$$\Psi_t = b(1-g)^\sigma \frac{Y_t^{\sigma-1}}{d_t m_t^{\chi-1}} \geq 0 \quad (24)$$

金融政策の効果が伝達される実質貨幣の動学式を導出する。実質貨幣は $m_t = M_t / P_t$ と

⁷⁾ (18)式の「混合型」のインフレ期待形成仮説は、浅田(2005)(2013), Asada(2010)(2013)が定義する仮説である。この仮説では、(18)式の右辺第1項を「将来を見る」期待形成であり、第2項を「過去を振り返る」適応的期待形成であると解釈する。目標インフレ率 $\bar{\pi}$ は、経済モデルの長期均衡のインフレ率と一致する。 θ は、公衆が中央銀行のアナウンスを信じる程度を表している。右辺第1項は「近視眼的な合理的期待形成」と呼ばれ、期待インフレ率の初期条件が瞬時に調整されず、中央銀行がコミットした目標インフレ率の近くにあり、それに向かって徐々に調節されるという期待形成である。

定義した。実質貨幣に対数をとって時間で微分する。

$$\frac{\dot{m}_t}{m_t} = \mu_t - \pi_t \quad (25)$$

長期均衡の名目 GDP 成長率は $\delta^* \equiv \delta_A + \bar{\pi}$ と定義する。(25)式に(15)・(17), (24)式を代入する。

$$\frac{\dot{m}_t}{m_t} = \bar{\mu} + \beta \bar{\pi} + \frac{\Phi(\sigma \delta_A + \rho - i^m) - \Phi \Psi_t + [\Phi - (\chi - 1)(1 + \beta)] \pi_t^e}{\chi - 1}, \quad (26)$$

$$\Phi = \frac{(\chi - 1)[\beta + \kappa(1 + \beta)]}{\sigma}$$

次に、政府の財政政策によって主に影響を受ける政府債務・GDP 比率の動学式を示す。

(13)式の両辺を Y_t で割って(4), (14)式を使って、次のように整理する。

$$\dot{d}_t = g - \tau + \left[i^m - \pi_t - \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} \right] d_t \quad (27)$$

(消費の) 総資産に対する限界代替率の動学式を導出する。(24)式の両辺に対数をとって時間で微分する。

$$\frac{\dot{\Psi}_t}{\Psi_t} = \sigma \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} - \left(\frac{\dot{d}_t}{d_t} + \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} \right) - (\chi - 1) \frac{\dot{m}_t}{m_t} \quad (28)$$

(28)式に(16), (26) - (27)式を代入する。

$$\frac{\dot{\Psi}_t}{\Psi_t} = N_1 + (1 + \Phi) \Psi_t + [(\chi - 1)(1 + \beta) - \Phi] \pi_t^e - \frac{g - \tau}{d_t} = f_1 \quad (29)$$

$$N_1 = -[(\chi - 1)(\bar{\mu} + \beta \bar{\pi}) + \rho(1 + \Phi) + \Phi(\sigma \delta_A - i^m)]$$

(29)式に関して、総資産に対する限界代替率の増加率は、現時点の総資産に対する限界代替率と期待インフレ率、政府債務・GDP 比率の水準によって推移する。しかし、期待インフレ率の係数の符号は不明であり、符号の条件によって総資産に対する限界代替率の増加率の推移が変化する。

最後に、(27)式に(16) - (17)式を代入すると、政府債務・GDP 比率の動学式は次のように表される。

$$\dot{d}_t = N_2 - \frac{1 + \kappa}{\sigma} \Psi_t + \frac{1 + \kappa - \sigma}{\sigma} \pi_t^e + \frac{g - \tau}{d_t} = f_2, \quad (30)$$

$$N_2 = \frac{(\sigma - 1 - \kappa) i^m + \rho(1 + \kappa) + \sigma \kappa \delta_A}{\sigma}$$

(16)・(17), (24)式を(18)式に代入し, 「混合型」のインフレ期待形成を次のように変形する.

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma N_2(\theta) + \frac{\gamma \kappa (1 - \theta)}{\sigma} \Psi_t - \gamma \left[\theta + \frac{\kappa (1 - \theta)}{\sigma} \right] \pi_t^e = f_3 \quad (31)$$

$$N_3(\theta) = \theta \bar{\pi} + \kappa (1 - \theta) \left\{ \frac{i^m - \rho}{\sigma} - \delta_A \right\}$$

(29) - (31)式は3次元の動学体系を記述している. この体系の下に長期均衡状態は(3)式を考慮に入れると次のように整理される.⁸⁾

$$\pi = \bar{\pi} = \pi_t^e, \quad \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \delta_A \quad (32)$$

$$\bar{\mu} - \bar{\pi} = \left(\frac{\sigma - 1}{\chi - 1} \right) \delta_A \quad (33)$$

$$\sigma \delta_A = i^m - \bar{\pi} - \rho + \bar{\Psi} \quad (34)$$

$$g - \tau = (\delta^* - i^m) \bar{d} > 0 \quad (35)$$

(18)式において, $\dot{\pi}_t^e = 0$ とおく. 本論では, 目標インフレ率の信認の程度 θ に関係なく, 実際のインフレ率は目標インフレ率に一致し, さらに, 期待インフレ率とも一致する長期均衡点に焦点を当てる. ((32)の前半.) これにより, (17)式から, 長期均衡では, 実質 GDP 成長率は外生的な生産性の成長率に等しくなる. ((32)の後半.)

(28)式において, $\dot{\Psi}_t = 0$ とおく. (25)と(32)式を代入すると, (33)式になる. つまり, 長期均衡では, 実質貨幣成長率は実質 GDP 成長率に対して線形関係である. それと同時に, 外生的な生産性成長率を所与とすると, 目標インフレ率は中央銀行が長期の名目貨幣供給成長率の水準を設定することで決定できる.

⁸⁾ (8)式の横断性条件は本文の長期均衡点に収束するのであれば, 必ず満たされる. (8)式に対数を取り, 時間で微分し, $t \rightarrow \infty$ とすれば, 次のことが言える.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} -\rho - \frac{\dot{\lambda}_t}{\lambda_t} + \frac{\dot{D}_t}{D_t} = \lim_{t \rightarrow \infty} -\rho - \sigma \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} + \frac{\dot{D}_t}{D_t} = \lim_{t \rightarrow \infty} -\rho - (\sigma - 1) \delta_A < 0$$

また, 上式に(16), (24), (27)式を使うと, $(g - \tau) / \bar{d} < \bar{\Psi}$ という関係も必然的に満たされることになる. つまり, 定常状態において, プライマリー赤字・政府債務比率は総資産に対する限界代替率より小さいこととなる. つまり, プライマリー赤字・GDP 比率 ($g - \tau$) が大きすぎるケースでは実質国民所得 Y_t が低い水準をとらなければならない.

長期均衡において、(16)式に(24)と(32)式を代入すれば(34)式である。また、(27)式において、 $\dot{d}_t = 0$ において、(32)式を当てはめると、(35)式になる。(27)式の右辺の d_t の係数が負値であれば、政府債務・GDP 比率は定常状態に収束することは明らかである。つまり、名目 GDP 成長率が、名目利率の下限より大きければ良い。(いわば、ドーマー条件である。) ⁹⁾ 政府の財政においてプライマリー赤字を仮定したから、長期均衡では(35)式よりドーマー条件が満たされている。もし、そうであるならば、(29)-(31)式の動学体系が(32)式で示されるインフレ率と実質 GDP 成長率に収束することによって、自ずと政府債務・GDP 比率 d_t もある定常値に収束することになる。

長期均衡の実質 GDP 成長率は $\delta^* \equiv \delta_A - \bar{\pi}$ として表す。長期均衡において、(消費の)総資産に対する限界代替率と政府債務・GDP 比率は (32)-(35)式より次のことを満たす。

$$\bar{\Psi} = \frac{1 + \sigma(\chi - 2)}{\chi - 1} \delta_A + \bar{\mu} - i^m + \rho \quad (36)$$

$$\bar{d} = \frac{(\chi - 1)(g - \tau)}{(\chi - 1)(\bar{\mu} - i^m) + (\chi - \sigma)\delta_A} > 0 \Leftrightarrow \bar{\mu} > i^m + \frac{\sigma - \chi}{\chi - 1} \delta_A$$

長期均衡のインフレ率が正値か否かは、(33) - (36)式より、長期均衡において、名目貨幣供給成長率が正値のある程度の水準を中央銀行が設定することを必要とする。

4. 動学分析

初めに、各変数の初期条件について決めておく。実質 GDP 成長率の初期値は正常成長率の水準 δ_A より $\phi > 0$ だけ低いものとする。

$$\frac{\dot{Y}_0}{Y_0} = \delta_A - \phi, \quad \phi > 0 \quad (37)$$

(37)式は失業が発生し、不完全雇用状態にある。中央銀行は、0時点の実質 GDP 成長率が正常水準よりも低下することを察して、ゼロ金利の持続と、目標インフレ率 $\bar{\pi} > \pi_0$ を公衆(家計と企業)に公表する。この公表に対して、公衆は任意に目標インフレ率の信認の程度 $\theta \in (0, 1]$ を決定する。

次に、家計(この場合、労働者)は、目標インフレ率の信認の程度 $\theta \in (0, 1]$ を所与とし

⁹⁾ Domer(1957)を参照。

て、期待インフレ率の初期値 π_0^e を決定する。AS の動学条件(17)より、(37)式を使うと、期待インフレ率の初期値はインフレ率の初期値よりも大きい。

$$\pi_0 = \pi_0^e - \kappa \phi \quad (38)$$

(37) - (38)式を(31)式に代入し、期待インフレ率の初期条件の微分方程式を解くと、期待インフレ率の初期条件は次のようになる。

$$\pi_0^e = \bar{\pi} - \frac{\kappa \phi (1 - \theta)}{\theta}, \quad 0 < \theta \leq 1 \quad (39)$$

期待インフレ率の初期条件は、目標インフレ率の信認の程度 θ の増加関数であり、 $\theta = 1$ のとき $\pi_0^e = \bar{\pi}$ であり、 $\theta \rightarrow 0$ のとき $\pi_0^e \rightarrow -\infty$ である。

そして、期待インフレ率の初期値 π_0^e に応じて、家計はADの動学条件(16)を通じて消費の総資産に対する限界代替率の初期値 Ψ_0 を決定し、それと同時に企業は名目賃金を通じて間接的に価格 P_0 を決定する。 Ψ_0 は(16)、(34)、(37)、(39)式より、 $\bar{\Psi} > \Psi_0$ である。さらに、ASの動学条件(17)において $(\pi_0^e, \dot{Y}_0 / Y_0)$ の組み合わせによって、(38)式から、初期のインフレ率 π_0 が決まる。これらをまとめると図2のようになる。



図2. 初期条件

最後に、主要な動学変数の特性について整理する。政府債務の初期値 D_0 は先決変数である。(6)式より実質貨幣需要の初期値 m_0 もまた、名目利子率の下限の下では先決変数でなければならない。総資産に対する限界代替率の初期値 Ψ_0 と政府債務・GDP比率の初期値 d_0 は両方ともジャンプ変数であるが、(24)式より2つの変数のジャンプ先は以下のような制約がある。

$$\Psi_0 = \left(b(1-g)^\sigma \frac{D_0^{\sigma-1}}{m_0^{\chi-1}} \right) d_0^{-\sigma} = \mathbf{K}(d_0) \quad (40)$$

π_0^e は先決変数である.

(29) - (31)式の動学体系における各変数の初期条件に関して整理する. また, 長期均衡水準に対して初期値の水準は次のようになる.

$$\Psi_0 < \bar{\Psi}, \quad \pi_0^e \leq \bar{\pi}, \quad d_0 = \text{所与} \quad (41)$$

ここからは, (41)式の初期条件から(29)・(31)式の動学体系の長期均衡点 $(\Psi^*, \pi^{e*}, d^*) = (\bar{\Psi}, \bar{\pi}, \bar{d})$ に関して, 小域的な安定/不安定条件について示す. 初めは, 期待インフレ率が瞬時に調整される単純なケースから考える. ($\gamma \rightarrow \infty$.) このケースでは, (31)式より期待インフレ率は, 総資産に対する限界代替率に関して線形関係である.

$$\pi_t^e = \bar{\pi} - \frac{\kappa(1-\theta)(\bar{\Psi} - \Psi_t)}{\sigma\theta + \kappa(1-\theta)} \quad (42)$$

(42)式を(29) - (30)式に代入し, π_t^e を消去する.

$$\frac{\dot{\Psi}_t}{\Psi_t} = \tilde{N}_1 + \frac{\theta\sigma + \beta(\chi-1)(\theta + \kappa) + \kappa(\chi-\theta)}{\theta\sigma + \kappa(1-\theta)} \Psi_t - \frac{g-\tau}{d_t} = f_1 \quad (43)$$

$$\tilde{N}_1 = -(\chi-1)(\bar{\mu} - \bar{\pi}) - \frac{\Phi + \kappa(1-\theta)(\chi-1)(1+\beta)}{\sigma\theta + \kappa(1-\theta)} \bar{\Psi}$$

$$\dot{d}_t = \tilde{N}_2 - \frac{\theta + \kappa}{\sigma\theta + \kappa(1-\theta)} \Psi_t + \frac{g-\tau}{d_t} = f_2, \quad (44)$$

$$\tilde{N}_2 = \frac{1}{\sigma} \left[(\sigma-1)i^m + \rho - (\sigma-1)\bar{\pi} + \frac{\kappa[\sigma-1+\theta]}{\sigma\theta + \kappa(1-\theta)} \bar{\Psi} \right]$$

長期均衡点で評価された(43)・(44)式からなる動学体系のヤコビ行列は次の通りである.

$$J = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$f_{11} = \frac{\theta\sigma + \beta(\chi-1)(\theta + \kappa) + \kappa(\chi-\theta)}{\theta\sigma + \kappa(1-\theta)}, \quad f_{12} = \frac{g-\tau}{d^2}$$

$$f_{21} = -\frac{\theta + \kappa}{\sigma\theta + \kappa(1-\theta)}, \quad f_{22} = -\frac{g-\tau}{d^2}$$

特性方程式 $\Gamma(s) = |sI - J| = 0$ の2つの根をそれぞれ s_1 と s_2 と定義する. ヤコビ行列 J の固有値 s_1, s_2 , および, J の首座小行列式の間には次の関係式が成立する.

$$\text{trace } J = f_{11} + f_{22} = s_1 + s_2, \quad \det J = f_{11} f_{22} - f_{12} f_{21} = s_1 s_2 \quad (46)$$

2次元のマクロ動学体系(43)-(44)は、小域内での長期均衡点に関して次のことが言える。

定理.

便宜的に、次のように ξ を定義をする。

$$\xi = \frac{(\chi - 1)(\kappa + \theta \beta + \beta^2)}{\sigma \theta + \kappa(1 - \theta)} > 0$$

2次元のマクロ動学体系(43)-(44)において次のことが言える。

- (i) θ が十分に小さいとき、長期均衡点は、小域的にサドル均衡点である。
- (ii) θ が十分に大きいとき、 β 、もしくは、 χ が十分に大きいとき、長期均衡点は、小域的にサドル均衡点である。
- (iii) $1 + \xi > (g - \tau)/\bar{d}^2$ とする。 θ が十分に大きいとき、 β が十分に0に近く、かつ、 χ が十分に1の近くにあるとき、長期均衡点は、小域的に不安定である。
- (iv) $1 + \xi < (g - \tau)/\bar{d}^2$ とする。 θ が十分に大きいとき、 β が十分に0に近く、かつ、 χ が十分に1の近くにあるとき、長期均衡点は、小域的に安定である。

証明 : (45)式を使って $\det J$ を計算する。

$$\det J = \frac{g - \tau}{\bar{d}^2} \left[\frac{-\theta[\sigma - (1 + \kappa)] - \beta(\chi - 1)(\theta + \kappa) - \kappa(\chi - 1)}{\sigma \theta + \kappa(1 - \theta)} \right] \quad (47)$$

(i) $\theta \rightarrow 0$ のとき、明らかに(47)式より $\det J = s_1 s_2 < 0$ である。従って、特性方程式 $\Gamma(s)$ は、1つの正値の実数部をもつ根と1つの負値の実数部をもつ根である。故に、長期均衡点は小域的にサドル均衡点であることが証明された。

(ii) $\theta = 1$ とする。 $\sigma > 1 + \kappa$ であれば、 $\det J < 0$ である。また、 χ が十分に小さく $\sigma < 1 + \kappa$ であっても、 $\chi > 1$ である限り中央銀行が政策定数 β を十分に高く設定すれば、 $\det J < 0$ である。これは θ が十分な大きさであれば、上述が成立する。故に、長期均衡点は小域的にサドル均衡点であることが証明された。

(iii) これは、(ii) の逆であるから、 $\det J > 0$ が言える。 $1 + \xi > (g - \tau)/\bar{d}^2$ の仮定により、(46)式において、 $\text{trace } J = s_1 + s_2 > 0$ である。従って、特性方程式 $\Gamma(s)$ は、2つの正値の実数部をもつ根である。故に、長期均衡点は小域的に不安定であることが証明された。

(iv) これは、(iii)と同様であるから、 $\det J > 0$ が言える。 $1 + \xi < (g - \tau) / \bar{d}^2$ の仮定より、(46)式において、 $\text{trace } J = s_1 + s_2 < 0$ である。従って、特性方程式 $\Gamma(s)$ は、2つの負値の実数部をもつ根である。故に、長期均衡点は小域的に安定であることが証明された。 ■

上記の定理において、長期均衡点が小域的にサドル均衡点であることは、 Ψ_0 と d_0 が均衡軌道とジャンプ制約(40)の交点に乗るため、一意に均衡安定的である。定理(i)より、中央銀行がコミットした目標インフレ率に関して公衆から十分な信認 θ を得られなくとも、金融政策ルール(15)によって、一意の経路を通じて目標値に安定化させることができる。ただし、(39)式より初期のインフレ率はより小さくなり、デフレーションになってしまう。

逆に、公衆からの目標インフレ率の信認が十分にあるのであれば、定理(ii)より、中央銀行がアクティブに金融緩和を実行する(政策定数 β を十分に大きくする)ことで先と同様に目標インフレ率に安定化させることができる。

定理(iii) - (iv)は、特性方程式 $\Gamma(s)$ の根が複素根をとるケースである。そのため、動学軌跡は周期軌道をとる。限界効用の貨幣需要弾力性 χ が低いような経済特質では、 $\beta = 0$ のようにFriedman(1960)が主張する「kパーセント・ルール」は、定理(iii)から長期均衡点が小域的に不安定になる。定理(iv)は稀であり、プライマリー赤字が十分に大きい、政府債務・GDP比率が小さい政府の財政運営を想定している。定理(iv)は長期均衡点の小域では不決定性があることを意味する。

(43) - (44)式の動学体系において、総資産に対する限界代替率 Ψ_t と政府債務・GDP比率 d_t に関して動学の位相図を示す。(43) - (44)式の左辺を0とおいて Ψ_t と d_t に関して全微分すると、長期均衡点の小域について次のことが言える。

$$\left. \frac{d \Psi_t}{d d_t} \right|_{\dot{\Psi}_t=0} = -\frac{f_{12}}{f_{11}} < 0, \quad \left. \frac{d \Psi_t}{d d_t} \right|_{\dot{d}_t=0} = -\frac{f_{22}}{f_{21}} < 0 \quad (48)$$

(48)式は図3において $\dot{\Psi}_t = 0$ の軌跡と $\dot{d}_t = 0$ の軌跡のそれぞれの傾きを表している。限界効用の実質貨幣弾力性 χ が十分な程度の大きさがあるものとする。初期条件は(41)式を満たし、(40)式より、サドル均衡経路上に乗るように Ψ_0 、 d_0 が決定される。目標インフレ率の信認 θ が十分に低くとも、定理(i)よりS点から出発し、一意に長期均衡点に収束する。逆に目標インフレ率の信認が完全($\theta = 1$)であっても、定理(ii)より、中央銀行は(15)式の金融政策ルールの政策定数 β を十分に高く設定すれば、これも一意に長

期均衡点に収束する。

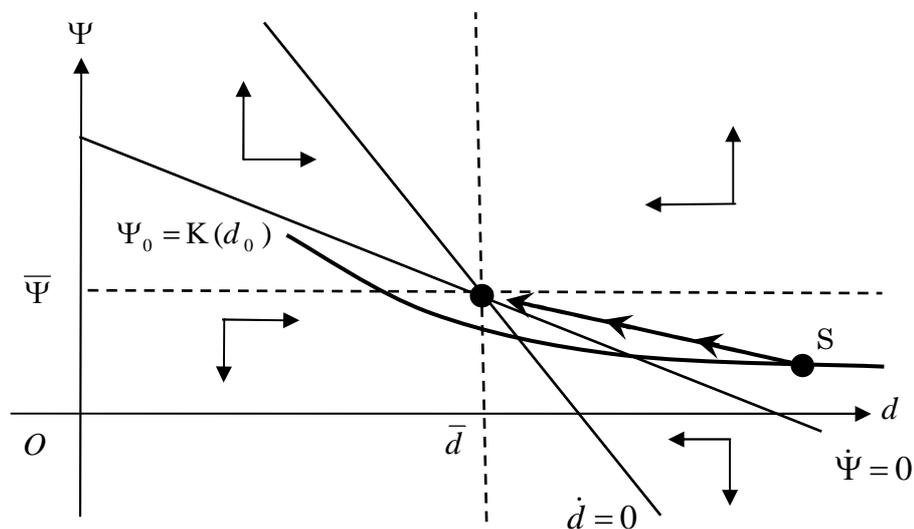


図3. サドル均衡点の位相図

中央銀行は、名目貨幣供給成長率を長期水準 $\bar{\mu}$ より大きく引き上げる。インフレ率、および、実質 GDP 成長率が徐々に回復し、政府予算のプライマリーが赤字であっても政府債務・GDP 比率は下降していく。¹⁰⁾ また、総資産に対する限界代替率は、無差別曲線上で、家計が1単位の総資産を犠牲にして消費の増加で代替する程度を表している。従って、均衡に収束する過程において、総資産に対する限界代替率が増加していくことは、資産を手放し、消費がより旺盛になっていくことを意味する。

しかし、限界効用の実質貨幣弾力性 χ が十分に小さいと、特性方程式 $\Gamma(s)$ の2つの根は複素根をとるようになる。従って、 (Ψ_t, d_t) の動学軌跡は反時計周りに周期する。このケースでは、目標インフレ率の信認が完全 ($\theta = 1$) であるときに、(15)式の金融政策ルールの政策定数 β を小さく取ると、定理 (iii) より長期均衡点は小域的に不安定になる。つまり、公衆からの政策目標に対する信認が十分であるにもかかわらず、中央銀行が消極的に、ないしは、緩やかな金融政策を実行すると経済を悪化させてしまう。

¹⁰⁾ ゼロ金利下で、モデルを通じて政府債務・GDP 比率が下降することは、現実的な経済状況を説明できていないという指摘がある。リーマン・ショック後も日本と米国において、政府債務・GDP 比率は増加し続けているからである。本モデルが十分に現実を説明できない点として2つのことに注意しなければならない。第1にプライマリー赤字が対 GDP の比率に対して安定的ではなく、大きく変動している点が挙げられる。第2に、日本経済の場合、1999年以降、名目 GDP 成長率が長期国債金利を下回り続けドーマー条件が満たされていない点である。

5. 結び

本研究で扱われたモデルは、標準的な独占的競争市場モデルに、不完全労働市場の仮定と、名目利子率が下限にあるときに貨幣と国債の不完全な代替性が生じる仮定を置いた。前者の仮定に関して、労働者は労働の限界不効用が実質賃金と一致するところで労働供給を決定するものではないことを示唆する。

標準モデルに2つの仮定を追加したマクロ・モデルの下に、初期の名目 GDP 成長率が正常水準より下降した状態（いわゆる、不完全雇用状態）を想定した。この想定の下で、流動性のわなでは、「ルール」に基づいて名目貨幣成長率（ないしは、マネタリーベースの成長率）をコントロールするマクロ動学分析は次のような結論を得た。期待インフレ率の調整速度は瞬間的に調整されるものとする。このとき、インフレ率が目標インフレ率に一致し、名目 GDP 成長率が外生的な生産性の成長率に一致する長期均衡点は、少なくとも目標インフレ率に関して十分な信認がなくとも、小域的に一意に収束するサドル均衡点であることを示した。ただし、その信認の程度が低いほどに、初期のインフレ率は低くなり、デフレーションとなってしまう。また、十分な信認を得ている場合は、名目 GDP 成長率に対して積極的に貨幣供給成長率（ここでは、マネタリー・ベースの成長率と同義）をコントロールする方が安定化し、長期均衡点に一意に収束することを示した。特に後者はマッカラムと異なる見解となっている。

この動学モデルでは、名目 GDP 成長率の目標値からの乖離によって名目貨幣供給成長率を制御する単純なルールにおいて、目標インフレ率の信認が公衆から十分に得られずとも、一意に長期均衡点に安定化できることは特徴的である。また、経済の回復に伴って、政府債務・GDP 比率を低下させることが可能であることを示した。さらに、総資産に対する限界代替率の上昇によって1単位の資産を犠牲に対してより多くの消費を代替せねばならず、消費の増加が強くなることを示した。

ただし、中央銀行が掲げる目標インフレ率が十分に信認を得ているのであれば、公衆は期待インフレ率を常に目標インフレ率に合わせるため、その予想を裏切らないように中央銀行は名目 GDP 成長率の目標値からの乖離に合わせて積極的に名目貨幣供給成長率をコントロールすることが望ましいと言える。第1節で取り扱った日本と米国の金融政策の積極性に関して、本モデルを通じた動学結果より景気が雇用に影響を与える冷え込みに対し

で中央銀行が信認を得ているのであれば、実践的に積極的なマネタリー・ベースを短期間で大きく引き上げることが有効であると言える。そういった意味では、2013年以前の日本銀行の量的緩和政策は、一定の努力を認めるものの、インフレを警戒しすぎて緩やかすぎたのではないかと本論は考える。

さらに、日本銀行は目標インフレ率に関して曖昧で、公衆から十分に信認を得られていない可能性もある。もし、そうであれば、図1で見られるようにリーマン・ショック直後に、日本経済がデフレーションに陥る結果になったことは本モデルから十分に説明される。

最後に、期待インフレ率の調整速度が有限であるケースについて簡単に触れておく。($\gamma < \infty$) この場合、動学体系は(29)-(31)式から3次元の微分方程式となる。これも本文の2次元の微分方程式と結論はさほど変化がなく、目標インフレ率の信認が低いとき、条件付きではあるがほぼ長期均衡点は小域的に一意に収束する均衡経路をもつ。逆に、目標インフレ率の信認が十分であるときに緩やかな金融政策を実行すると、均衡経路が存在しないケースや長期均衡点が小域的に安定的となり、不決定性が生じることがありうる。

参考文献

- 浅田統一郎 (2005) 「流動性の罍の下におけるインフレーション・ターゲティング—動学的ケインジアン・モデルによる分析」 中央大学経済学部創立 100 周年記念論文集。
- 浅田統一郎 (2013) 「財政金融のポリシー・ミックスによるマクロ安定化政策について：数学的考察」 中央大学経済研究年報 第 44 号。
- 白川方明 (2011) 「通貨、国債、中央銀行：信認の相互依存性」 日本金融学会 2011 年度春季大会における特別公演，日本銀行 (5月28日)。
- ベネット T. マッカラム (1993) 「金融政策ルールの定式化と分析-日本の応用」 日本銀行金融研究所『金融研究』第 12 巻第 4 号。
- Andrés, Javier, J. David López-salido, Edward Nelson. (2003) “Tobin’s Imperfect Asset Substitution in Optimizing Gneral Equilibrium.” *Journal of Money, Credit, and Banking* 36(4, August): 665-690.
- Asada, Toichiro. (2010) “Central Banking and Deflationary Depression: A Japanese Perspective.” *Central Banking and Globalization*. edited by Marlon Cappello and Cristian Rizzo. Nova Science Publishers, Inc., New York.
- Asada, Toichiro. (2013) “Monetary stabilization Policy by Means of the Taylor Rule in a Dynamic Keynesian Model with Capital Accumulation.” *Keynes and Modern Economics*. edited by Ryuzo Kuroki. Routledge, Taylor & Francis Group, London and New York.
- Benhabib, Jess, Stephanie Schmitt-Grohé and Martin Uribe. (2001) “The Perils of Taylor Rules.” *Journal of Economic Theory* 96(January): 40-69.
- Benhabib, Jess, Stephanie Schmitt-Grohé and Martin Uribe. (2002) “Avoiding Liquidity Traps.” *Journal of Political Economy* 110(June): 535-563.

- Domar, E. (1957) *Essays in the Theory of Economic Growth*. Oxford University Press, Oxford. (訳. 宇野健吾(1959)『経済成長の理論』東洋経済新報社.)
- Eggertsson, Gauti B. (2006) “The Deflation Bias and Committing to Being Irresponsible.” *Journal of Money, Credit, and Banking* 38(2, March): 283-321.
- Eggertsson, Gauti B. (2008) “Liquidity Trap.” *The New Palgrave Dictionary of Economics: Second Edition*. edited by Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume, Palgrave Macmillan.
- Eggertsson, Gauti B. and Michael Woodford. (2003) “The Zero Bound on Interest Rates and Optimal Monetary Policy.” *Brooking Papers on Economic Activity* 1: 139-229.
- Freidman, Milton. (1960) *A Program for Monetary Stability*. New York; Fordham University Press.
- Galí, Jordi. (2008) *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- McCallum, B. T. (1988) “Robustness Properties of a Rule for Monetary Policy.” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 29: 173-204.
- Ono, Yoshiyasu. (2013) “Stagnation Dynamics and Keynes’ General Theory.” *Keynes and Modern Economics*, edited by Ryuzo Kuroki. Routledge, Taylor & Francis Group, London and New York.
- Taylor, John B. (1993) “Discretion versus Policy Rules in Practice.” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 39 (December): 195-214.
- Woodford, Michael. (2003) *Interest and Prices*. Princeton University Press.
- Walsh, Carl E. (2003) *Monetary Theory and Policy*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.