

## 中央大学特定課題研究費 ー 研究報告書 ー

所属	理工学部	身分	教授
氏名	松山 登喜夫		
NAME	TOKIO MATSUYAMA		

中央大学特定課題研究費による研究期間終了に伴い、中央大学学内研究費助成規程第 15 条に基づき、下記の通りご報告致します。

## 1. 研究課題

（和文）キルヒホッフ方程式の未解決問題の探求

（英文）Investigation of the open problems of the Kirchhoff equation

## 2. 研究期間

2023 年度 ～ 2024 年度

## 3. 研究の概要（背景・目的・研究計画・内容および成果 和文 600 字程度、英文 50word 程度）

（和文）キルヒホッフ方程式は 1876 年, G. キルヒホッフにより弦の非線形振動を記述する方程式として導出された。1940 年に S. Bernstein が一次元の有界区間における初期値境界値問題に対する実解析解の存在を証明して以来, Gevrey 空間及び Sobolev 空間に大きな初期値をもつキルヒホッフ方程式の時間大域解の存在は未だに証明されていない。重みつき Sobolev 空間に属する小さな初期値に対しては, 時間大域解の存在が 1970 年代以降活発に研究された。1990 年代以降には振動積分で定義された初期値の族が申請者らにより導入され小振幅時間大域解の存在が証明されている。研究目的はこれらの未解決問題を解決することである。

キルヒホッフ方程式の局所解の存在はよく知られているが, 最大存在時間の上からの評価式は得られていない。おそらくこのような評価式を得ることは不可能であろう。そこで本研究ではエネルギーの満たすべき微分方程式を導出し, そのひとつの解がある開区間で非有界であることを示し, 結果として最大存在時間は無限大, つまり解は時間大域解に存在することを証明した。

（英文）1876, G. Kirchhoff proposed the equation to describe the transversal motions of the elastic string. 1940, S. Bernstein first studied the global existence for analytic data in one space dimension. After him, the global solvability both in the Gevrey and Sobolev spaces is not still solved. As to the problem with the weighted Sobolev spaces, the existence of global solutions was extensively studied. Since 1990, the author introduced a class of data which is described by the oscillatory integral to prove the existence of global small amplitude solutions. The aim in this project is to solve such open problems.

The local existence theorem is well known. However, the upper bound estimate for the lifespan of solutions is not known. It would be impossible to obtain such a kind of estimate. The strategy of the proof is to investigate the location of the intervals on which the energy of order  $3/2$  for the local solutions is increasing. After that, we choose a suitable interval on which the energy is not bounded, and then, we conclude that the lifespan of solutions is infinite.