2026 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

（試験時間　15：20〜17：00　100 分）

1．解答用紙には，記述解答用紙とマーク解答用紙の 2 種類があります。

2．解答は，**必ず解答欄の枠内に記入もしくはマークしてください**。解答欄以外への記入およびマークはすべて無効となります。特に，記述解答用紙の採点欄に解答を記入しないよう，注意してください。

3．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，一度マークした箇所を修正する場合，しっかりと消してください。消し残りがあると，解答が無効となることがあります。また，消しくずを残さないでください。

4．解答用紙を折り曲げたり，切り離したり，汚したりしないでください。また，マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きに使用しないでください。

5．解答用紙には，必ず受験番号と氏名を記入・マークしてください。未記入や記入・マークミスなどがあった場合は，当該科目の解答は無効になります。

6．満点が 100 点となる配点表示になっていますが，基幹理工学部数学科は満点が 200 点であり，各問の配点は 2 倍となります。社会理工学部ビジネスデータサイエンス学科は配点を 150 点に換算します。

（設問は 2 ページより始まる）

I　次の問題文の空欄にもっとも適する答えを解答群から選び，その記号をマーク解答用紙にマークせよ。ただし，同じ記号を2度以上用いてもよい。(20 点)

複素数 $x+yi$ (x, y は実数, i は虚数単位) に対して, その実部 x を

$$\mathrm{Re}\,(x+yi)=x$$

と表す。また複素数 z に対して共役な複素数を $\overline{z}$ と表す。このとき

$$\mathrm{Re}\,z=\boxed{\quad ア \quad} \qquad ①$$

が成り立つ。複素数平面上の異なる 2 点 z_1, z_2 に対して, 等式

$$\mathrm{Re}\left(\frac{z_2-z_1}{z-z_1}\right)=1 \qquad (z\neq z_1)$$

を満たす点 z 全体に 1 点 z_1 を加えた図形 C を考える。① を用いてこの等式を変形し, 分母を払えば,

$$(z-z_1)(\overline{z}-\overline{z_1})=\boxed{\quad イ \quad}$$

となる。これを整理すると,

$$\left(z-\boxed{\quad ウ \quad}\right)\left(\overline{z}-\overline{\boxed{\quad ウ \quad}}\right)=\boxed{\quad エ \quad}\cdot\overline{\boxed{\quad エ \quad}},$$

すなわち,

$$\left|z-\boxed{\quad ウ \quad}\right|^2=\left|\boxed{\quad エ \quad}\right|^2$$

が得られる。したがって, C は中心が $\boxed{\quad ウ \quad}$, 半径が $\left|\boxed{\quad エ \quad}\right|$ の円周となる。さらに円 C の内部を表す図形は, 不等式

$$\mathrm{Re}\left(\frac{z_2-z_1}{z-z_1}\right)\boxed{\quad オ \quad}$$

を満たす点 z 全体となる。$z_1=0$, $z_2=1$ の場合, 点 z が円 C ($z\neq 0$) を動くとき, $w=\dfrac{1}{z}$ は直線 $\mathrm{Re}\,w=1$ の上を動く。このとき, $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}(\cos\theta+i\sin\theta)$ $(-\pi<\theta<\pi)$ であれば $w=1+i\boxed{\quad カ \quad}$ となる。

問題 I のアの解答群

ⓐ $\dfrac{z-\bar{z}}{2}$　ⓑ $\dfrac{\bar{z}-z}{2}$　ⓒ $\dfrac{z+\bar{z}}{2}$　ⓓ $\sqrt{z\bar{z}}$　ⓔ $z-\bar{z}$

ⓕ $z+\bar{z}$　ⓖ $\bar{z}-z$

問題 I のイの解答群

ⓐ $\dfrac{1}{2}\left\{(\overline{z_2}-\overline{z_1})(\bar{z}-\overline{z_1})+(z_2-z_1)(z-z_1)\right\}$

ⓑ $\dfrac{1}{2}\left\{(z_2-z_1)(\bar{z}-\overline{z_1})+(\overline{z_2}-\overline{z_1})(\bar{z}-\overline{z_1})\right\}$

ⓒ $\dfrac{1}{2}\left\{(z_2-z_1)(\bar{z}-\overline{z_1})+(\overline{z_2}-\overline{z_1})(z-z_1)\right\}$

ⓓ $\dfrac{1}{2}\left\{(\overline{z_2}-\overline{z_1})(\bar{z}-\overline{z_1})+(\overline{z_2}-\overline{z_1})(z-z_1)\right\}$

問題 I のウ，エの解答群

ⓐ $\dfrac{z_1+z_2}{2}$　ⓑ $\dfrac{z_2-\overline{z_1}}{2}$　ⓒ $\dfrac{\overline{z_1}+z_2}{2}$　ⓓ $\dfrac{z_2-z_1}{2}$

ⓔ (z_1+z_2)　ⓕ $(z_2-\overline{z_1})$　ⓖ $(\overline{z_1}+z_2)$　ⓗ (z_2-z_1)

問題 I のオの解答群

ⓐ <-1　ⓑ >-1　ⓒ <0　ⓓ >0　ⓔ <1　ⓕ >1

問題 I のカの解答群

ⓐ $\sin\dfrac{\theta}{2}$　ⓑ $\cos\dfrac{\theta}{2}$　ⓒ $\tan\dfrac{\theta}{2}$　ⓓ $\left(-\sin\dfrac{\theta}{2}\right)$　ⓔ $\left(-\cos\dfrac{\theta}{2}\right)$

ⓕ $\left(-\tan\dfrac{\theta}{2}\right)$　ⓖ $\sin\theta$　ⓗ $\cos\theta$　ⓘ $\tan\theta$　ⓙ $(-\sin\theta)$

ⓚ $(-\cos\theta)$　ⓛ $(-\tan\theta)$

（設問は次のページにつづく）

II　次の問題文の空欄にもっとも適する答えを解答群から選び，その記号をマーク解答用紙にマークせよ。ただし，同じ記号を 2 度以上用いてもよい。(20 点)

白球が 2 個，黒球が 1 個入った袋がある。数直線上の点 A を, 次の規則で数直線上を動かすものとする。

> 袋の中をよく混ぜて 1 個の球を取り出し, 取り出した球が白ならば A を $+1$ 移動させ, 取り出した球が黒ならば A を -2 移動させる。取り出した球は袋に戻す。

最初に A を原点におき, この試行を n 回繰り返した後の A の座標を x とし, A が x にある確率を $P(x)$ とする。ただし $n \geqq 3$ とする。このとき, k を白球の出た回数とするとその確率は $\boxed{\quad キ \quad}$ である。x を k と n で表すと $\boxed{\quad ク \quad}$ である。

以下では x が $|x| \leqq 2$ の場合の $P(x)$ を考える。m を自然数として, $n = 3m$ のとき, $P(x)$ の最大値は $\boxed{\quad ケ \quad}$ であり, そのときの x は $\boxed{\quad コ \quad}$ である。次に $n = 3m + 1$ のとき, $P(x)$ の最大値は $\boxed{\quad サ \quad}$ であり, そのときの x は $\boxed{\quad シ \quad}$ である。最後に $n = 3m + 2$ のとき, $P(x)$ の最大値は $\boxed{\quad ス \quad}$ であり, そのときの x は $\boxed{\quad セ \quad}$ である。

問題 II のキの解答群

ⓐ $_n\mathrm{C}_k\left(\dfrac{2}{3}\right)^k\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-k}$　　ⓑ $_n\mathrm{C}_k\left(\dfrac{1}{3}\right)^k\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-k}$

問題 II のクの解答群

ⓐ $x=3k-2n$　　ⓑ $x=3k-n$　　ⓒ $x=2k-n$

ⓓ $x=2k-3n$　　ⓔ $x=k-n$　　ⓕ $x=k-2n$

問題 II のケ，サ，スの解答群

ⓐ $_{3m}\mathrm{C}_{2m}\dfrac{2^m}{3^{3m}}$　　ⓑ $_{3m}\mathrm{C}_{2m}\dfrac{2^{m+1}}{3^{3m}}$　　ⓒ $_{3m}\mathrm{C}_{2m}\dfrac{2^{m+2}}{3^{3m}}$

ⓓ $_{3m}\mathrm{C}_{2m}\dfrac{2^{2m}}{3^{3m}}$　　ⓔ $_{3m+1}\mathrm{C}_{2m+1}\dfrac{2^{m-1}}{3^{3m+1}}$　　ⓕ $_{3m+1}\mathrm{C}_{2m+1}\dfrac{2^{m}}{3^{3m+1}}$

ⓖ $_{3m+1}\mathrm{C}_{2m+1}\dfrac{2^{m+1}}{3^{3m+1}}$　　ⓗ $_{3m+1}\mathrm{C}_{2m+1}\dfrac{2^{2m+1}}{3^{3m+1}}$　　ⓘ $_{3m+2}\mathrm{C}_{2m+2}\dfrac{2^{m-2}}{3^{3m+2}}$

ⓙ $_{3m+2}\mathrm{C}_{2m+2}\dfrac{2^{m-1}}{3^{3m+2}}$　　ⓚ $_{3m+2}\mathrm{C}_{2m+2}\dfrac{2^{m}}{3^{3m+2}}$　　ⓛ $_{3m+2}\mathrm{C}_{2m+2}\dfrac{2^{2m+2}}{3^{3m+2}}$

問題 II のコ，シ，セの解答群

ⓐ $x=-2$　　ⓑ $x=-1$　　ⓒ $x=0$　　ⓓ $x=1$

ⓔ $x=2$　　ⓕ $x=1,2$　　ⓖ $x=-2,-1$　　ⓗ $x=-2,1$

ⓘ $x=-1,2$　　ⓙ $x=-1,0$　　ⓚ $x=0,1$　　ⓛ $x=0,2$

（設問は次のページにつづく）

III　e を自然対数の底とする。 $x > 0$ の範囲で指数関数 $y = e^x$ と多項式関数 $y = x^n$ (n は自然数) を比較する。以下の問いに答えよ。（30 点）

(1) 自然数 n に対し, 関数 $y = \dfrac{e^x}{x^n}$ $(x > 0)$ の最小値 a_n とそのときの x の値を求めよ。また, $y = \dfrac{e^x}{x^n}$ のグラフが下に凸であることを示せ。

(2) 正の定数 a に対し, $x > 0$ の範囲での関数 $y = e^x$ のグラフと関数 $y = ax^n$ のグラフの共有点の個数を求めよ。必要ならば, $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^n} = \infty$ を用いてよい。

(3) (1) で求めた a_n を用いて $f_n(x) = \dfrac{e^x}{a_n x^n}$ とおき, $f_n(x) = f_{n+1}(x)$ を満たす x を x_n とする。x_n を求めよ。

(4) (3) で求めた x_n に対して $n < x_n < n + 1$ を示し, さらに以下の不等式を証明せよ。

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

（設問は次のページにつづく）

IV　$x \geqq 0$ に対し, 定積分 $I(x)$ を

$$I(x) = \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} t^3 \left| x - \cos(t^2) \right| dt$$

により定める。以下の問いに答えよ。（30 点）

(1) 次の不定積分を求めよ。

$$\int t^3 \cos(t^2)\, dt$$

(2) x の関数 $I(x)$ は, $x \geqq 1$ において単調に増加することを示せ。

(3) $0 \leqq x \leqq 1$ のとき $x = \cos\theta$ $\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ とおく。定積分 $I(x)$ を求め, それを θ を用いて表せ。

(4) $I(x)$ を最小にする x の値を求めよ。

（以下計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）

（計算用紙）