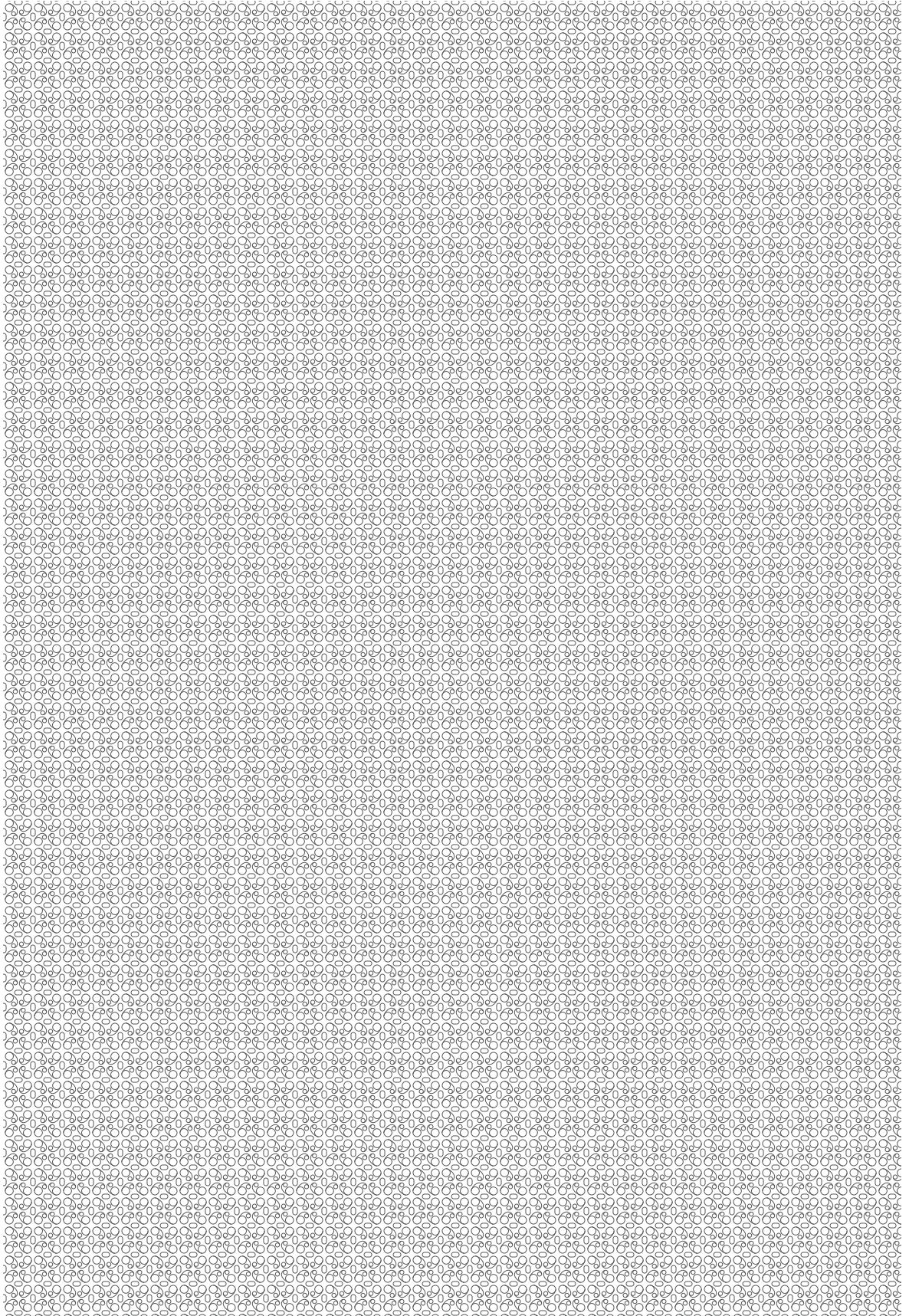


2026年度入学試験問題

物 理

(試験時間 13:15～14:45 90分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙には、記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類があります。
3. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入もしくはマークしてください。解答欄以外への記入およびマークはすべて無効となります。特に、記述解答用紙の採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、一度マークした箇所を修正する場合、しっかりと消してください。消し残りがあると、解答が無効となることがあります。また、消しくずを残さないでください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、汚したりしないでください。また、マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きに使用しないでください。
6. 解答用紙には、必ず受験番号と氏名を記入・マークしてください。未記入や記入・マークミスなどがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。



(設問は次ページより始まる)

I 次の問いの答えを、記述解答用紙の所定の場所書きなさい。(40点)

単純なばね振り子は、1つのばねの一端を固定し、他端に1つの小球を取りつけたものである。ここでは複数のばねや複数の小球からなるばね振り子について考えてみよう。重力、摩擦力、空気抵抗は無視してよい。

問い

1. 以下の文章の空欄(1)から(3)にあてはまる数式を書きなさい。

最初に、図1のように1つの小球に2つのばねがついている場合を考える。質量 m [kg] の小球の左側にばね定数 k_A [N/m] のばね A が、右側にばね定数 k_B [N/m] のばね B がついており、それぞれのばねの反対側の端は壁に固定されているとする。図1では小球を大きく描いているが、実際には小球の大きさは無視できるものとする。それぞれのばねの自然長はともに l [m] とし、壁どうしの距離は L [m] とする。2つのばねは1つの直線上にあり、小球はその直線上のみを運動できるものとする。小球がつり合いの位置にあるときのばね A の長さを l_A [m]、ばね B の長さを l_B [m] とする。このとき、小球にはたらく力のつり合いの式を l 、 l_A 、 l_B 、 k_A 、 k_B を用いて表すと となる。この式と $l_A + l_B = L$ を用いることにより、 l_A 、 l_B はそれぞれ k_A 、 k_B 、 l 、 L を用いて $l_A =$, $l_B =$ と表すことができる。小球をつり合いの位置からわずかにずらして手をはなすと、小球は単振動する。その単振動の角振動数は [rad/s] である。

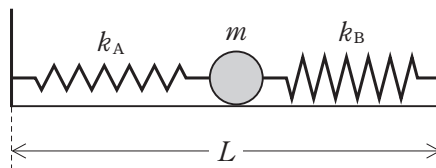


図1

次に、図2のように、1つのばねの両端に小球がついている場合に起こる運動について、以下の手順に沿って考えていこう。ただし、小球はばねの長さ方向のみに運動できるものとする。



図2

まず、図3のように、自然長 l_1 [m]、ばね定数 k_1 [N/m] のばね1の左端を壁に固定し、右端に質量 m_1 [kg] の小球1をつけたばね振り子を考える。小球1をつり合いの位置から右に A_1 [m] ずらし、時刻 $t = 0$ で静かに手をはなすと、小球1は単振動し、ばね1の長さが

$$l_1 + A_1 \cos \omega t \quad (\text{ア})$$

のように時間的に変化する。角振動数 ω を k_1 、 l_1 、 m_1 のうち必要なものを用いて表すと $\omega = \boxed{\text{(5)}}$ [rad/s] となる。ばね1の伸び縮みに伴い、ばね1の左端は壁に力を及ぼす。このとき作用・反作用の法則により、壁もばね1の左端に

$$-k_1 A_1 \cos \omega t \quad (\text{イ})$$

という力を及ぼす(ただし、右向きを正とした)。つまり、壁はばね1の左端にこのような力を与え続けることで、ばね1の左端を静止させている、と解釈することもできる。

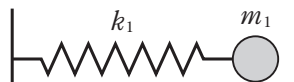


図3

それならば、ばね1の長さが式(ア)のように時間的に変化している際に、式(イ)で表される力をばねの左端に与えれば、壁がなくてもばね1の左端を静止させ続けることができるはずである。そのような力を与える方法として、図4のように、ばね1の左端に別のばね(ばね2)をつないだものを考えてみよう。ばね2の自然長は l_2 [m]、ばね定数は k_2 [N/m] とする。ばね2がばね1に式(イ)のような力を与え続けるためには、ばね2の長さが $l_2 + \boxed{(6)} \times A_1 \cos \omega t$ [m] のように時間的に変化するようにばね2の左端を振動させればよい。これを手で行う代わりに、図5のように質量 m_2 [kg] の小球2をばね2の左端に取りつけて、それを単振動させてもよい。小球2の単振動の角振動数も ω であるためには m_1, m_2, k_1, k_2 が $\boxed{(7)}$ という関係式を満たしていなければならない。



図4



図5

ばね1とばね2を接続したものを、1つのばねとみなすことを考えてみよう。ばね1の右端と、ばね2の左端に、それぞれ大きさ F [N] の力を加えて引っ張った状態では、ばね1の左端をばね2が引っ張る力の大きさは $\boxed{(8)}$ [N] である。この状態での、ばね1の自然長からの伸びを F, k_1 を用いて表すと $\boxed{(9)}$ [m] である。ばね2についても同様に考えれば、全体の伸びが求まる。ここで、ばね1とばね2が接続された全体を、自然長 $(l_1 + l_2)$ [m]、ばね定数 k [N/m] の1つのばねとみなしたとき、加えた力を長さの変化で割ったものがばね定数なので、 k は k_1, k_2 を用いて $\boxed{(10)}$ [N/m] と表すことができる。さらに(7)の関係式を用いると、 $k = \boxed{(11)} \times k_1$ と表すことができる。ただし(11)は m_1, m_2 のみを含む式とする。

ここで、 $\omega = (5)$ の式と $k = (11) \times k_1$ の式を用いることで、図2のようにばね定数 k のばねの両端に質量 m_1 , m_2 の小球1, 2を取りつけた場合の小球の単振動の角振動数を、 k , m_1 , m_2 のみを用いて $\omega = \boxed{(12)}$ [rad/s] と表すことができる。最初にばねを伸ばした状態で2つの小球を静止させ、静かに手をはなした後のようすを静止している人が観測した場合に、小球2の単振動の振幅が小球1の単振動の振幅の大きさの C 倍だとすると、この C は m_1 , m_2 を用いて $\boxed{(13)}$ と表すことができる。

問い

2. m_2 が m_1 に比べて非常に大きい場合に、(12)がどのような数式に近づくかを答えなさい。また、その物理的な理由を説明しなさい。

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

Ⅱ 次の文章の空欄にあてはまる数式を解答群の中から選び、マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(30点)

図1のように、2枚の極板で構成される平行板コンデンサー、抵抗値 $R[\Omega]$ の抵抗、スイッチ、内部抵抗が無視できる起電力 $V[V]$ の直流電源が直列でつながっている。極板は横幅 $l[m]$ 、奥行き $w[m]$ の長方形の平板で、極板間隔を $d[m]$ とし、空気の誘電率は真空の誘電率 $\epsilon_0[F/m]$ と同じとする。極板間隔 d は l や w に比べて十分小さく、極板の端での電場の不均一さは無視できるものとする。この平行板コンデンサーを使って以下の2種類の実験を行った。

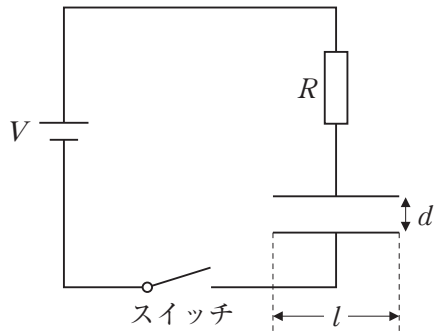


図1

[実験1] 図2のように、平行板コンデンサーに対して、横幅 l 、奥行き w 、厚さ d 、誘電率 $\epsilon_A[F/m]$ の直方体の誘電体を、横幅 $x = a[m]$ まで挿入した(ただし $0 < a < \frac{l}{2}$ とする)。この誘電体を挿入した平行板コンデンサーの状況を考えよう。なお、誘電体が挿入されている部分は、極板とずれがないように合わせてある。

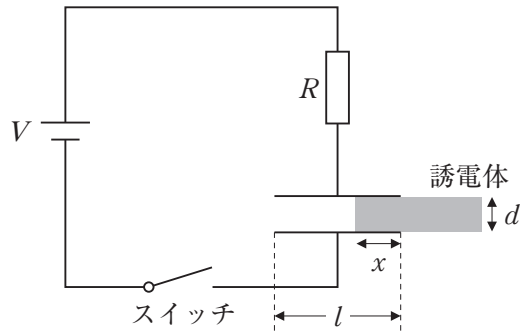


図2

この平行板コンデンサーの電気容量は [F]と表される。はじめ平行板コンデンサーに電荷がないものとする、回路のスイッチを閉じて十分に時間が経過したとき、平行板コンデンサーに蓄えられた電気量は [C]となる。この状態でスイッチを開き、 $x = \frac{l}{2}$ となるまで誘電体をさらに挿入して固定した。このとき、極板間の電位差は $V_1 =$ [V]となる。そのあと、再びスイッチを閉じてから十分な時間が経過するまでの間に、平行板コンデンサーに新たに加えられた電気量は [C]となる。

[実験2] 極板の間隔を変更できる平行板コンデンサーを用意する。図3のように、横幅 l 、奥行き w 、厚さ d 、誘電率 ϵ_A の直方体の誘電体を平行板の横幅と一致するまで挿入した。この状態で、上側の極板を上方に動かして上側の極板と誘電体が平行となるように隙間を作り、その間隔を y [m]とした状況を考えよう。

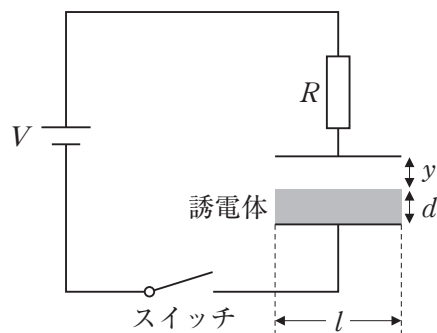


図3

ここで $y = 2d$ に固定したとき、平行板コンデンサーの電気容量は $\boxed{\text{(5)}}$ [F] と表される。はじめ平行板コンデンサーに電荷がないものとする、回路のスイッチを閉じて十分に時間が経過したとき、平行板コンデンサーに蓄えられた電気量は $\boxed{\text{(6)}}$ [C] である。そのあとにスイッチを開いて、上の極板を下方に静かに動かして極板と誘電体の間隔を $y = d$ にして固定した。このときの上下の極板間の電位差を V_2 [V] とすると、 V_2 について $\boxed{\text{(7)}}$ の関係が成り立つ。また、平行板コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは $\boxed{\text{(8)}}$ [J] となる。そのあと、この状態からスイッチを閉じた。十分に時間が経過したとき、平行板コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは $\boxed{\text{(9)}}$ [J] となった。スイッチを閉じる前から変化した静電エネルギーは $\Delta U = \boxed{\text{(10)}}$ [J] となる。また、スイッチを閉じる前と比べると平行板コンデンサーに蓄えられた電気量の差 ΔQ が生じる。直流電源はこの電気量 ΔQ を移動させるときに仕事 $W = \boxed{\text{(11)}}$ [J] を行う。ここで、 $W > \Delta U$ となりエネルギーの差が生じる。

[解答群]

(1)に対するもの

- | | |
|---|---|
| (a) $\frac{w}{2d} \{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0 (l - a) \}$ | (b) $\frac{w}{2d} \{ \varepsilon_A (l - a) + \varepsilon_0 a \}$ |
| (c) $\frac{w}{d} \{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0 (l - a) \}$ | (d) $\frac{w}{d} \{ \varepsilon_A (l - a) + \varepsilon_0 a \}$ |
| (e) $\frac{w}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a (l - a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0 (l - a)} \right\}$ | (f) $\frac{w}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a (l - a)}{\varepsilon_A (l - a) + \varepsilon_0 a} \right\}$ |
| (g) $\frac{w}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a (l - a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0 (l - a)} \right\}$ | (h) $\frac{w}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a (l - a)}{\varepsilon_A (l - a) + \varepsilon_0 a} \right\}$ |

(2)に対するもの

$$(a) \frac{wV}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a)} \right\}$$

$$(b) \frac{wV}{2d} \{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}$$

$$(c) \frac{wV}{d} \{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}$$

$$(d) \frac{wV}{2d} \{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}$$

$$(e) \frac{wV}{d} \{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}$$

$$(f) \frac{wV}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a} \right\}$$

$$(g) \frac{wV}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a)} \right\}$$

$$(h) \frac{wV}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a} \right\}$$

(3)に対するもの

$$(a) \frac{\{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)l} V$$

$$(b) \frac{2\{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)l} V$$

$$(c) \frac{2\{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)l} V$$

$$(d) \frac{\{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)l} V$$

$$(e) \frac{2a(l-a)(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{l\{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}} V$$

$$(f) \frac{2a(l-a)(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{l\{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}} V$$

$$(g) \frac{a(l-a)(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{l\{ \varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a) \}} V$$

$$(h) \frac{a(l-a)(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{l\{ \varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a \}} V$$

(4)に対するもの

$$(a) \frac{wV}{2d} (\varepsilon_A - \varepsilon_0)(2l-a)$$

$$(b) \frac{wV}{2d} (\varepsilon_A - \varepsilon_0)(l-2a)$$

$$(c) \frac{wV}{d} (\varepsilon_A - \varepsilon_0)(l-2a)$$

$$(d) \frac{wV}{d} (\varepsilon_A - \varepsilon_0)(2l-a)$$

$$(e) \frac{wV}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 l}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} - \frac{2\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a)} \right\}$$

$$(f) \frac{wV}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 l}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} - \frac{2\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a} \right\}$$

$$(g) \frac{wV}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 l}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} - \frac{2\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A a + \varepsilon_0(l-a)} \right\}$$

$$(h) \frac{wV}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A \varepsilon_0 l}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} - \frac{2\varepsilon_A \varepsilon_0 a(l-a)}{\varepsilon_A(l-a) + \varepsilon_0 a} \right\}$$

(5)に対するもの

- (a) $\frac{wl}{2d}(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)$ (b) $\frac{wl}{2d}(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)$ (c) $\frac{wl}{d}(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)$
 (d) $\frac{wl}{d}(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)$ (e) $\frac{wl}{2d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{\varepsilon_A + 2\varepsilon_0}\right)$ (f) $\frac{wl}{d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{\varepsilon_A + 2\varepsilon_0}\right)$
 (g) $\frac{wl}{2d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right)$ (h) $\frac{wl}{d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right)$

(6)に対するもの

- (a) $\frac{wlV}{2d}(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)$ (b) $\frac{wlV}{d}(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)$ (c) $\frac{wlV}{2d}(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)$
 (d) $\frac{wlV}{d}(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)$ (e) $\frac{wlV}{2d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right)$ (f) $\frac{wlV}{d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right)$
 (g) $\frac{wlV}{d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{\varepsilon_A + 2\varepsilon_0}\right)$ (h) $\frac{wlV}{2d}\left(\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0}{\varepsilon_A + 2\varepsilon_0}\right)$

(7)に対するもの

- (a) $V_2 > \frac{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} V$ (b) $V_2 < V$ (c) $V_2 = V$
 (d) $V_2 = 0$ (e) $V_2 = \frac{2\varepsilon_A + \varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} V$ (f) $V_2 = \frac{\varepsilon_A + 2\varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} V$

(8)に対するもの

- (a) $\frac{wlV^2}{4d}\left\{\frac{(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right\}$ (b) $\frac{wlV^2}{4d}\left\{\frac{(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2}{\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right\}$
 (c) $\frac{wlV^2}{2d}\left\{\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2}\right\}$ (d) $\frac{wlV^2}{2d}\left\{\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2}\right\}$
 (e) $\frac{wlV^2}{d}\left\{\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2}\right\}$ (f) $\frac{wlV^2}{d}\left\{\frac{\varepsilon_A\varepsilon_0(\varepsilon_A + \varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2}\right\}$
 (g) $\frac{wlV^2}{8d}\left\{\frac{(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2}{\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right\}$ (h) $\frac{wlV^2}{8d}\left\{\frac{(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2}{\varepsilon_A + \varepsilon_0}\right\}$

(9)に対するもの

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left(\frac{\varepsilon_A \varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) & \text{(b)} \quad \frac{wV^2}{2d} (2\varepsilon_A + \varepsilon_0) & \text{(c)} \quad \frac{wV^2}{2d} (\varepsilon_A + \varepsilon_0) \\
 \text{(d)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left(\frac{\varepsilon_A \varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) & \text{(e)} \quad \frac{wV^2}{d} \left(\frac{\varepsilon_A \varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) & \text{(f)} \quad \frac{wV^2}{d} \left(\frac{\varepsilon_A \varepsilon_0}{2\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) \\
 \text{(g)} \quad \frac{wV^2}{d} (\varepsilon_A + \varepsilon_0) & \text{(h)} \quad \frac{wV^2}{d} (2\varepsilon_A + \varepsilon_0) &
 \end{array}$$

(10)に対するもの

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{4d} \left(\frac{4\varepsilon_A + 3\varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) & \text{(b)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{4d} \left(\frac{3\varepsilon_A + 4\varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) \\
 \text{(c)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0 (3\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2} \right\} & \text{(d)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0 (3\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2} \right\} \\
 \text{(e)} \quad \frac{wV^2}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0 (3\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)^2} \right\} & \text{(f)} \quad \frac{wV^2}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0 (3\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)^2} \right\} \\
 \text{(g)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{8d} \left(\frac{4\varepsilon_A + 3\varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right) & \text{(h)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{8d} \left(\frac{3\varepsilon_A + 4\varepsilon_0}{\varepsilon_A + \varepsilon_0} \right)
 \end{array}$$

(11)に対するもの

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \quad \frac{wV^2}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)} \right\} & \text{(b)} \quad \frac{wV^2}{d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)} \right\} \\
 \text{(c)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(2\varepsilon_A + \varepsilon_0)} \right\} & \text{(d)} \quad \frac{wV^2}{2d} \left\{ \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_0}{(\varepsilon_A + \varepsilon_0)(\varepsilon_A + 2\varepsilon_0)} \right\} \\
 \text{(e)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{2d} & \text{(f)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_0}{d} \\
 \text{(g)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_A}{2d} & \text{(h)} \quad \frac{wV^2 \varepsilon_A}{d}
 \end{array}$$

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

Ⅲ 次の文章の空欄にあてはまる語句，数式，文字列を解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(30点)

蒸気機関やガソリン機関のように，熱の形でエネルギーを供給して仕事を取り出す装置を熱機関という。気体を利用した熱機関では，1サイクルの間に気体の体積 $V[\text{m}^3]$ と圧力 $p[\text{Pa}]$ は，図1の $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ のように変化する。ここでは，気体として物質質量 $n[\text{mol}]$ の単原子分子からなる理想気体を考えることにする。

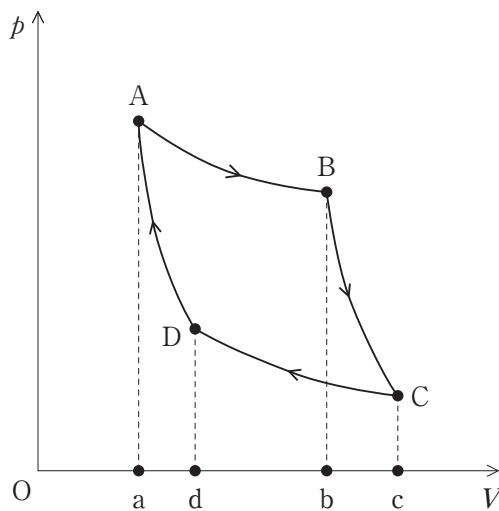


図1

以下では具体的に， $A \rightarrow B$ を絶対温度 $T_1[\text{K}]$ の等温過程， $B \rightarrow C$ を断熱過程， $C \rightarrow D$ を絶対温度 $T_2[\text{K}]$ の等温過程， $D \rightarrow A$ を断熱過程とし，右回りに1サイクルする場合について考える。 $T_1 > T_2$ である。断熱過程ではポアソンの法則

$$pV^\gamma = \text{一定} \tag{A}$$

が成り立つことが知られている。ただしここで， γ は定圧モル比熱 $C_p[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ と定積モル比熱 $C_v[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ の比 $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ で定義される比熱比である。気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ とする。絶対温度 T のとき， $n[\text{mol}]$ の単原子分子理想気体の内部エネルギーは

$$U = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{B})$$

であり、また、 $\boxed{(1)}$ $C_p = C_v + R$ より、 $\gamma = \boxed{(2)}$ であることが結論される。

はじめに、状態 A のときの気体の体積 V_A と状態 B のときの気体の体積 V_B を指定すると、図 1 で与えた p - V グラフにおける 4 点 A, B, C, D の位置は完全に決まってしまうことを確かめてみよう。まず、 $A \rightarrow B$ が絶対温度 T_1 の等温過程であることから、 $p_A = \boxed{(3)}$ かつ $p_B = \boxed{(4)}$ である。次に、断熱過程 $B \rightarrow C$ で (A) 式が成り立つことと、等温過程 $C \rightarrow D$ の絶対温度が T_2 であることから、 $V_C = \boxed{(5)}$ かつ $p_C = \boxed{(6)}$ であることが導かれる。同様にして、 $V_D = \boxed{(7)}$ かつ $p_D = \boxed{(8)}$ である。

次に、気体の内部エネルギーの変化について調べてみよう。図 1 に示したように、4 点 A, B, C, D からそれぞれ V 軸に垂直な直線を描き、 V 軸との交点をそれぞれ a, b, c, d とする。体積の単位は m^3 、圧力の単位 Pa は N/m^2 に等しいので、この p - V グラフ上の「面積」は $\text{N} \cdot \text{m}$ 、すなわちエネルギーや仕事の単位 J をもつ。(B) 式より、等温過程 $A \rightarrow B$ と $C \rightarrow D$ では内部エネルギーの変化はない。これに対して、断熱過程 $B \rightarrow C$ では、「閉曲線 BCcbB に囲まれた面積」の分だけ内部エネルギーが減少し、断熱過程 $D \rightarrow A$ では、「閉曲線 $\boxed{(9)}$ に囲まれた面積」の分だけ内部エネルギーが増加する。これらの変化量を計算してみよう。 T_2 は T_1 よりも低温であるが、まずはその差が微小である場合を考えることにする。すなわち、 ΔT を正の微小量として、 $T_2 = T_1 - \Delta T$ とする。このような場合には当然 $B \rightarrow C$ での気体の体積変化 $\Delta V = V_C - V_B$ も微小量であり、閉曲線 BCcbB は図 2 の左のような形である。そのため、図 2 に示したように「閉曲線 BCcbB に囲まれた面積」 $\doteq p_B \Delta V$ と近似できる。

変数 x の絶対値 $|x|$ が 1 に対して十分に小さいとき、近似式 $(1+x)^\alpha \doteq 1 + \alpha x$ が成り立つ。ここで、 α は整数でなくてもよいし、負の数でもよい。この近似式を用いると、(5) より $\Delta V \doteq \boxed{(10)}$ であることが導かれるので、

$$\text{「閉曲線 BCcbB に囲まれた面積」} \doteq \boxed{(11)} \Delta T$$

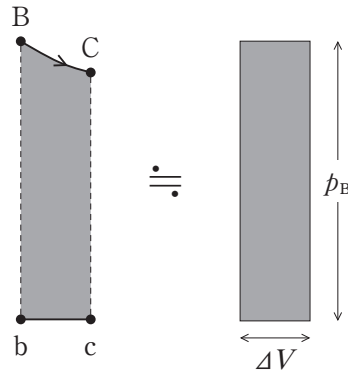


図2

が得られる。この結果から、温度差 $\Delta T = T_1 - T_2$ が微小ではない場合でも、断熱過程 $B \rightarrow C$ での内部エネルギーの変化は $\Delta U_{B \rightarrow C} = -(11) \times (T_1 - T_2)$ で与えられることが結論できる。同様の計算と考察から、断熱過程 $D \rightarrow A$ での内部エネルギーの変化は $\Delta U_{D \rightarrow A} = (11) \times (T_1 - T_2)$ であることが結論される。したがって、 $\Delta U_{B \rightarrow C} + \Delta U_{D \rightarrow A} = 0$ が導かれる。

最後に熱機関の効率について考察してみよう。1 サイクルの間に気体が高温の熱源から吸収した熱量が Q [J]、気体が実際に外にした仕事 W' [J] であるとき、熱効率 e はこの二つの比 $e = \frac{W'}{Q}$ で定義される。これは

$$e = \frac{\text{「閉曲線 (12) に囲まれた面積」}}{\text{「閉曲線 (13) に囲まれた面積」}}$$

に等しいが、

$$e = 1 - \frac{\text{「閉曲線 (14) に囲まれた面積」}}{\text{「閉曲線(13)に囲まれた面積」}}$$

と書き直せることから、その値は常に1よりも小さいことがわかる。

[解 答 群]

(1)に対するもの

- | | |
|----------------|-----------------|
| (a) 内部エネルギー保存則 | (b) マイヤーの関係 |
| (c) 熱力学第2法則 | (d) シャルルの法則 |
| (e) 運動量保存則 | (f) ボイルの法則 |
| (g) 慣性の法則 | (h) ボイル・シャルルの法則 |

(2)に対するもの

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (a) 2 | (b) 1 | (c) $\frac{3}{2}$ | (d) $\frac{5}{2}$ |
| (e) $\frac{2}{3}$ | (f) $\frac{3}{5}$ | (g) $\frac{2}{5}$ | (h) $\frac{5}{3}$ |

(3), (4)に対するもの

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| (a) $\frac{RT_1}{V_A}$ | (b) $\frac{V_B}{nRT_1}$ | (c) $\frac{nRT_1}{V_A}$ | (d) nR |
| (e) $\frac{V_A}{nRT_1}$ | (f) $\frac{RT_1}{V_B}$ | (g) nRT_1 | (h) $\frac{nRT_1}{V_B}$ |

(5), (7)に対するもの

- | | | | |
|---|--|---|---|
| (a) $\frac{T_1^{\frac{5}{2}}}{T_2^{\frac{3}{2}}} V_B$ | (b) $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{2}} V_A$ | (c) $\frac{T_2^{\frac{5}{2}}}{T_1^{\frac{3}{2}}} V_B$ | (d) $\frac{T_2^{\frac{5}{2}}}{T_1^{\frac{3}{2}}} V_A$ |
| (e) $\frac{T_1^{\frac{5}{2}}}{T_2^{\frac{3}{2}}} V_A$ | (f) $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{5}} V_B$ | (g) $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{2}} V_B$ | (h) $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{3}{5}} V_A$ |

(6), (8)に対するもの

- | | | | |
|--|---|--|--|
| (a) $\frac{T_2^{\frac{5}{2}}}{T_1^{\frac{3}{2}}} \frac{nR}{V_B}$ | (b) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{5}} \frac{nR}{V_A}$ | (c) $\frac{T_1^{\frac{5}{2}}}{T_2^{\frac{3}{2}}} \frac{nR}{V_B}$ | (d) $\frac{T_1^{\frac{5}{2}}}{T_2^{\frac{3}{2}}} \frac{nR}{V_A}$ |
| (e) $\frac{T_2^{\frac{5}{2}}}{T_1^{\frac{3}{2}}} \frac{nR}{V_A}$ | (f) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{nR}{V_A}$ | (g) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{5}} \frac{nR}{V_B}$ | (h) $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{nR}{V_B}$ |

(9), (12), (13), (14)に対するもの

- (a) DCcdD (b) ABCDdaA (c) ABbaA (d) ABbdDA
(e) ABCcaA (f) ABCcdDA (g) ADdaA (h) ABCDA

(10)に対するもの

- (a) $-\frac{3V_B}{2T_1}\Delta T$ (b) $\frac{3V_B}{2T_1}\Delta T$ (c) $\frac{3V_B}{5T_1}\Delta T$ (d) $\frac{5V_B}{3T_1}\Delta T$
(e) $-\frac{5V_B}{2T_1}\Delta T$ (f) $\frac{5V_B}{2T_1}\Delta T$ (g) $-\frac{5V_B}{3T_1}\Delta T$ (h) $-\frac{3V_B}{5T_1}\Delta T$

(11)に対するもの

- (a) $\frac{3}{2}nRT_1$ (b) $\frac{5}{3}nR$ (c) $\frac{3}{2}\frac{nR}{T_1}$ (d) $\frac{3}{2}nR$
(e) $\frac{5}{2}nR$ (f) $\frac{5}{3}nRT_1$ (g) $\frac{5}{2}nRT_1$ (h) $\frac{5}{2}\frac{nR}{T_1}$

