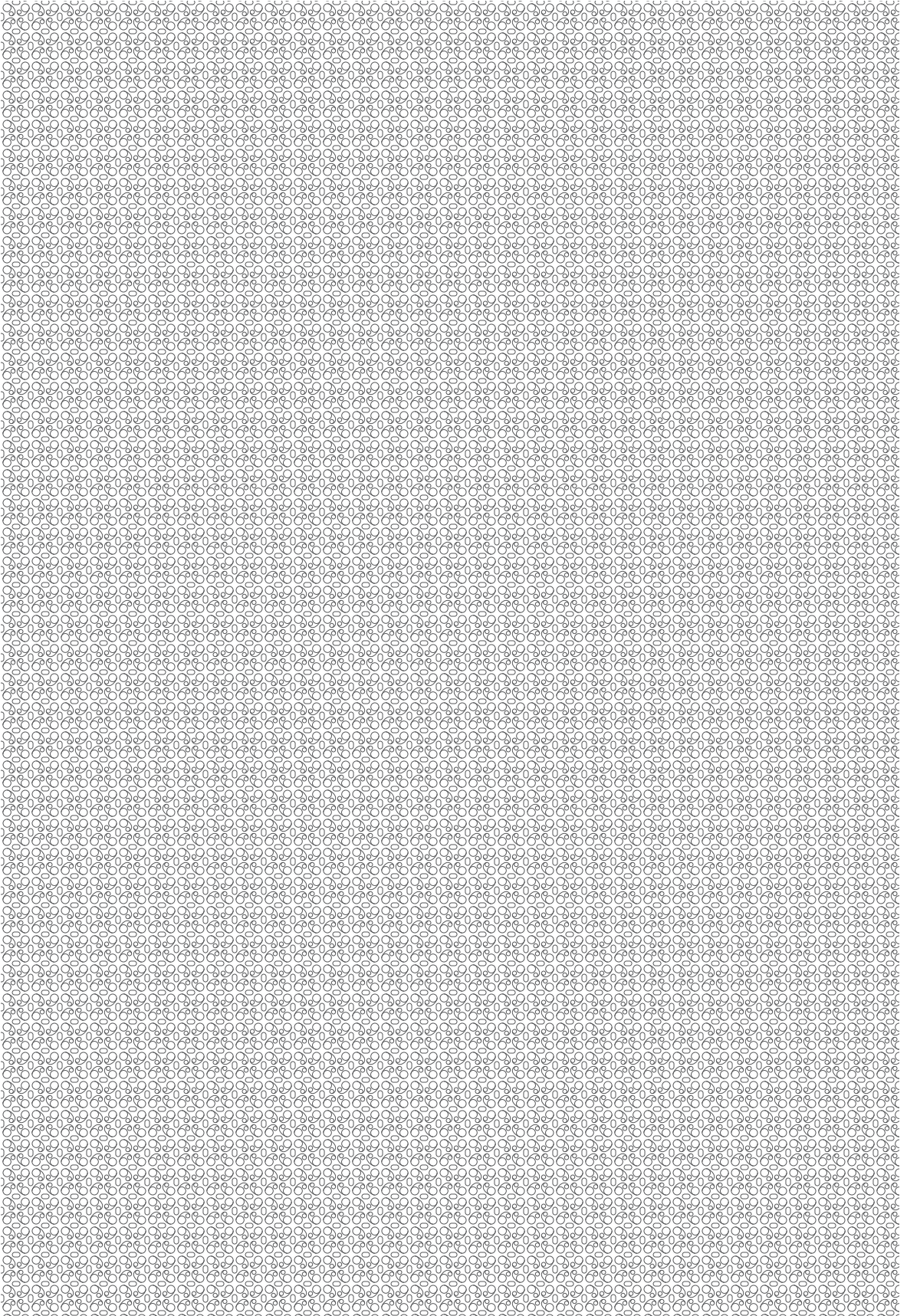


2026年度入学試験問題

数 学

(試験時間 13:35~15:15 100分)

1. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
2. 解答は、必ず解答欄の枠内に記入してください。解答欄以外に記入した解答はすべて無効となります。特に、採点欄に解答を記入しないよう、注意してください。
3. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
4. 解答用紙を折り曲げたり、切り離したり、汚したりしないでください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。未記入や記入ミスがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。
6. 満点が150点となる配点表示になっていますが、基幹理工学部数学科は満点が300点であり、各問の配点は2倍となります。



(設問は 2 ページより始まる)

I xy 平面上の2つの曲線の共有点について、以下の問いに答えよ。(50点)

- (1) x, y の2つの多項式 $x^2 + y^2$ と $x^3 + y^3$ を、それぞれ $s = x + y$ と $t = xy$ を用いて表せ。

xy 平面上の円 $C_1 : x^2 + y^2 = 10$ と曲線 $C_2 : x^3 + y^3 = 28$ の共有点の座標 (X, Y) について考える。

- (2) $a = X + Y$ とおくと、 $a^3 - 30a + 56 = 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) 円 C_1 と曲線 C_2 の共有点の個数を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 実数 a, b に対して, 定積分 I, J, K をそれぞれ次のように定める。

$$I = \int_{-1}^1 |x^3 + ax^2 + bx| dx, \quad J = \int_{-1}^1 |x^3 - ax^2 + bx| dx, \quad K = \int_{-1}^1 |x^3 + bx| dx$$

以下の問いに答えよ。(50 点)

- (1) 不等式 $I + J \geq 2K$ を示せ。
- (2) 等式 $I = J$ を示せ。
- (3) $b \geq 0$ のとき, K を最小にする b の値と, そのときの K の値を求めよ。
- (4) $b < 0$ のとき, K を最小にする b の値と, そのときの K の値を求めよ。
- (5) I の最小値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して, n 次多項式 $f_n(x)$ と $2n$ 次の多項式 $g_n(x)$ を

$$f_0(x) = 1, \quad f_{n+1}(x) = f_n(x) + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$$

および

$$g_n(x) = f_n(-x) \cdot f_n(x)$$

により定める。これらの多項式について以下の問いに答えよ。(50 点)

- (1) $f_n(x)$ を x の多項式として表し, $f_{n+1}(x)$ の導関数 $f_{n+1}'(x)$ を $f_n(x)$ を用いて表せ。必要ならば, 0 の階乗 $0! = 1$ を使ってもよい。
- (2) n が偶数 $n = 2k$ ($k = 1, 2, \dots$) の場合, $f_{2k}(x)$ の $2k$ 次の係数 $\frac{1}{(2k)!}$ は正であるので $f_{2k}(x)$ は最小値をとる。 $f_{2k}(x)$ が $x = x_{2k-1}$ で最小値をとるとき, その最小値 $f_{2k}(x_{2k-1})$ は正であることを示せ。
また n が奇数 $n = 2k - 1$ ($k = 1, 2, \dots$) の場合, $f_n(x)$ は単調に増加し, $f_n(x) = 0$ を満たす x はただ一つであることを証明せよ。
- (3) $n \geq 2$ のとき $g_n(x)$ の導関数 $g_n'(x)$ に対し, $g_n'(x) = x^n h_n(x)$ を満たすように多項式 $h_n(x)$ を定める。このとき, $h_n(x)$ を $f_{n-1}(x)$ と $f_{n-1}(-x)$ を用いて表せ。
- (4) 自然数 n に対して $2^{n-1} \leq n!$ が成り立つことを利用して, $|x| \leq 1$ の範囲で $|f_n(x)| \leq 3$ および $|g_n'(x)| \leq \frac{6}{n!}$ が成り立つことを示せ。
- (5) $|x| \leq 1$ の範囲で $\lim_{n \rightarrow \infty} g_n(x) = 1$ が成り立つことを示せ。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

