

5 学部共通選抜
2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数 学

(試験時間 16:25～17:25 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、マーク解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄にマークしてください。解答欄以外にマークすると無効となります。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、一度マークした箇所を修正する場合、しっかりと消してください。消し残りがあると、解答が無効となることがあります。また、消しくずを残さないでください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、汚したりしないでください。
6. 解答用紙には、必ず受験番号と氏名を記入・マークしてください。未記入や記入・マークミスなどがあった場合は、当該科目の解答は無効になります。

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読んでください。

(設問は 2 ページより始まる)

I AB = 5, AC = 7, $\cos \angle BAC = \frac{1}{7}$ を満たす $\triangle ABC$ の内接円を K とし,
その中心を O とする。(20 点)

(1) $BC = \boxed{\text{ア}}$ である。また, $\triangle ABC$ の面積を S とすると

$$S = \boxed{\text{イウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(2) K の半径を r_1 とすると

$$r_1 = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(3) K と辺 AB との接点を D , 辺 AC との接点を E とすると

$$AD = AE = \boxed{\text{カ}}$$

であり, $\triangle ODE$ の外接円の半径を r_2 とすると

$$r_2 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(4) 2 辺 AB , AC に接し, K に外接する円の半径を r_3 とすると

$$r_3 = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} - \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(設問は次のページにつづく)

II xyz 空間に 4 点

$$A(1, 1, 6), B(-14, -2, 6), C(2, -1, 3), D(4, -1, 2)$$

がある。(20 点)

- (1) 実数 k を用いて

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{d}, \vec{d} = (a, 1, c)$$

と表すとき

$$\vec{d} = (\boxed{\text{ア}}, 1, \boxed{\text{イ}}), |\vec{d}| = \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$$

である。

- (2) 直線 AB 上に点 P をとる。原点を O とするとき、(1) の $\vec{d}$ を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + t\vec{d} \quad (t \text{ は実数})$$

とおける。さらに直線 CD 上に点 Q をとって

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC} + s\overrightarrow{CD} \quad (s \text{ は実数})$$

とおくと、 $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{CD}$ が成り立つとき

$$s = \boxed{\text{オ}} t - \boxed{\text{カ}}$$

である。

直線 CD を軸として P を 180° 回転させた点を R とすると、その座標は

$$R(\boxed{\text{キ}} t - \boxed{\text{ク}}, -t - \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コサ}} t + \boxed{\text{シ}})$$

である。

- (3) 直線 CD を軸として、直線 AB を 180° 回転させた直線を ℓ とする。 ℓ と xy 平面との交点を E , yz 平面との交点を F とすると

$$EF = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(設問は次のページにつづく)

III 袋 A と袋 B があり、A には赤玉 1 個と白玉 2 個、B には赤玉 2 個と白玉 1 個が入っている。この 2 つの袋のそれぞれから同時に玉を 1 個取り出し、それらを交換して袋に戻すことを繰り返し行う。

n 回目の交換後に、A に入っている赤玉の個数を X_n とする。(30 点)

(1) $X_1 = 1$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $X_1 = 2$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $X_k = 2$ (k は正の整数) であったとする。この場合に

$X_{k+1} = 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, $X_{k+1} = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$

である。したがって

「 $X_1 = 1$ かつ $X_2 = 2$ かつ $X_3 = 1$ 」である確率は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{9^3}$

である。

(3) 1 回目から n 回目まで X_k が 1 または 2 である確率、すなわち

「 $X_k = 1$ または 2 ($k = 1, 2, \dots, n$)」である確率は $\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)^n$

である。

(4) 「 $X_1 \neq 0$ かつ $X_2 \neq 0$ かつ $X_3 \neq 0$ かつ $X_4 = 0$ 」である確率は

$\frac{\boxed{\text{スセソ}}}{9^4}$ である。

「 $X_1 \neq 0$ かつ $X_2 \neq 0$ かつ $X_3 \neq 0$ かつ $X_4 \neq 0$ かつ $X_5 = 0$ 」である

確率は $\frac{\boxed{\text{タチツテ}}}{9^5}$ である。

(設問は次のページにつづく)

IV a を正の定数として、 O を原点とする座標平面上の 2 曲線

$$C_1: y = \frac{x^2}{a^2} \quad (x > 0), \quad C_2: y = -\frac{x^3}{a^2} \quad (x > 0)$$

を考える。 C_1 と直線 $y = x$ の交点を P 、 C_2 と直線 $y = -x$ との交点を Q とする。(30 点)

(1) $\triangle OPQ$ の面積は a ア

C_1 と直線 $y = x$ で囲まれる図形の面積は $\frac{a$ イ ウ

C_2 と直線 $y = -x$ で囲まれる図形の面積は $\frac{a$ エ オ

である。

(2) P での C_1 の接線を ℓ_1 、 Q での C_2 の接線を ℓ_2 とする。 ℓ_1 と ℓ_2 の交点を R とし、その x 座標を γ とすると

$$\gamma = \frac{a^2 + \text{カ} a}{\text{キ}}$$

である。 γ が P 、 Q の x 座標より小さいとき、 a の値の範囲は

$$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} < a < \text{コ} \quad \dots\dots (*)$$

である。

(3) $(*)$ のとき、 $\triangle PQR$ において

$$\angle PRQ = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} \pi$$

である。またこのとき、 C_1 、 C_2 、線分 PR 、線分 QR で囲まれる図形の面積は

$$\frac{\text{ス}}{\text{セソ}} a^4 - \frac{\text{タ}}{\text{チ}} a^3 + \frac{\text{ツ}}{\text{テト}} a^2$$

である。

(以下計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

解答上の注意

1. 問題の文中の ア , イウ などには、数字（0～9）または符号（+、-）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。例えば、アイウ に -83 と答えたいときは、

ア	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	+	●
イ	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	+	-
ウ	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	+	-

としてください。

2. 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母にはつけないでください。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ としてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、

$\frac{6}{8}$ のように答えた場合は**不正解**とします。

3. 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしてください。例えば、キ . クケ に 2.50 と答えるところを、 2.5 のように答えた場合は**不正解**とします。

4. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。例えば、コ $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えた場合は**不正解**とします。

5. 根号を含む分数形で解答する場合、例えば、 $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えた場合は**不正**

解とします。