

スポーツ情報学部（仮称）一般選抜 文系型 サンプル問題

数 学

（試験時間 70 分）

（設問は 2 ページより始まる）

I 次の問題文の空欄に最も適する答えを解答群から選び、その記号を解答用紙にマークせよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(30点)

あるプロスポーツでは、審判の判定に対して判定の見直しを求めるために「チャレンジ」を行うことができる。チャレンジするとAIによる再判定が行われる。再判定の結果、判定が覆った場合をチャレンジ成功、判定が覆らなかった場合をチャレンジ失敗と呼ぶ。各チームは試合開始時に2回のチャレンジ権を持っている。チャレンジ成功の場合、チャレンジ権は減らない。一方、チャレンジ失敗の場合、チャレンジ権を1回失う。チャレンジ権が0回になると、以後チャレンジを行うことはできない。

あるチームAがチャレンジ成功する確率は常に p であり、各チャレンジの結果は独立であるとする。ただし、 $0 < p < 1$ とする。このとき、 $n \geq 2$ として、 n 回チャレンジを行った後にまだチャレンジ権が残っている確率を p_n とすると、 $p_2 = \boxed{\text{ア}}$ 、 $p_3 = \boxed{\text{イ}}$ であり、同様に p_n を求めることができる。ここで、

$$p_{n+1} - p_n = - \left\{ \boxed{\text{ウ}} \right\} p^{n-1}$$

となり、 $p_{n+1} < p_n$ がわかる。

次に、 n 回チャレンジを行ったあとにまだチャレンジ権が残っているという条件の下で、 $n+1$ 回目にチャレンジ権を使い切る確率を q_n とすると、 $q_2 = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ 、

$q_3 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり、同様に q_n を求めることができる。ここで、

$$q_{n+1} - q_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\{(n+1) - np\}\{n - (n-1)p\}}$$

となり、 $q_{n+1} > q_n$ がわかる。この結果は、長くチャレンジ権が残っているほど、次のチャレンジで権利を使い切る条件付き確率が高くなることを意味している。

(設問は次のページにつづく)

問題 I のア, イ, エ〜クの解答群

- | | | | |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Ⓐ p | Ⓑ $1 - p$ | Ⓒ $2 - p$ | Ⓓ $3 - 2p$ |
| Ⓔ $p(1 - p)$ | Ⓕ $p(2 - p)$ | Ⓖ $p(3 - 2p)$ | Ⓗ $p^2(1 - p)$ |
| Ⓘ $p^2(2 - p)$ | ⓰ $p^2(3 - 2p)$ | Ⓚ $(1 - p)^2$ | Ⓛ $(2 - p)^2$ |
| Ⓜ $(3 - 2p)^2$ | Ⓝ $2(1 - p)^2$ | ⓐ $2(2 - p)^2$ | Ⓟ $2(3 - 2p)^2$ |
| ⓠ $3(1 - p)^2$ | Ⓡ $3(2 - p)^2$ | Ⓢ $p(1 - p)^2$ | Ⓣ $2p(1 - p)^2$ |

問題 I のウの解答群

- | | | | |
|----------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Ⓐ np | Ⓑ $n(1 - p)$ | Ⓒ $(n - 1)(1 - p)$ | Ⓓ $n(1 - p)^2$ |
| Ⓔ $(n - 1)(1 - p)^2$ | Ⓕ $(n + 1)(1 - p)^2$ | Ⓖ $n - (n - 1)p$ | Ⓗ $n + 1 - np$ |

II 次の問題文の空欄に最も適する答えを解答群から選び、その記号を解答用紙にマークせよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(30点)

ある検査装置では、3つの測定値である正の整数 a, b, c を入力として、状態の安定性を示す識別値

$$I = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 + M^2 - m^2$$

を出力する。ここで、 M は a, b, c のうち最大のもの、 m は最小のものである。たとえば $a = b = c$ のとき、 $I = 0$ となる。識別値が200以上のとき、入力は異常値であると判断される。つまり、 I は測定値のばらつきと、最大値・最小値の差を同時に評価している。

3つの測定値が $a = 1, b = 2, c = 4$ のとき、識別値は $I = \boxed{\text{ア}}$ である。また、 $a = 1, b = 3$ として、 $I = \boxed{\text{ア}}$ となる c の値は $c = \boxed{\text{イ}}$ である。このように、同じ識別値を出力する測定値は複数存在することがある。

$a = 5, b = 10$ とする。このとき、

$$I = \begin{cases} (c - \boxed{\text{ウ}})^2 + \boxed{\text{エ}} & c \leq 5 \text{ のとき} \\ 2\left(c - \frac{\boxed{\text{オ}}}{2}\right)^2 + \frac{\boxed{\text{カ}}}{2} & 5 < c < 10 \text{ のとき} \\ 3\left(c - \boxed{\text{キ}}\right)^2 + \boxed{\text{ク}} & c \geq 10 \text{ のとき} \end{cases}$$

である。したがって、識別値の最小値は $I = \boxed{\text{ケ}}$ である。また、入力が異常値であると判断されるのは $c = 1$ のときと、 $c \geq \boxed{\text{コ}}$ のときである。

問題 II のア、ケの解答群

- (a) 0 (b) 21 (c) 27 (d) 29 (e) 35 (f) 49 (g) 57 (h) 61
(i) 73 (j) 84 (k) 91 (l) 96 (m) 103 (n) 113 (o) 117 (p) 131

問題 II のイ、コの解答群

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5 (f) 6 (g) 7 (h) 8
(i) 9 (j) 10 (k) 11 (l) 12 (m) 13 (n) 14

問題 II のウ～クの解答群

- (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20 (e) 25 (f) 30 (g) 35 (h) 40
(i) 45 (j) 50 (k) 75 (l) 100 (m) 125 (n) 150 (o) 175 (p) 200
(q) 225 (r) 250 (s) 275

(設問は次のページにつづく)

III 次の問題文の空欄に最も適する答えを解答群から選び、その記号を解答用紙にマークせよ。ただし、同じ記号を2度以上用いてもよい。(40点)

三角形 ABP において、 $AB = 1$ 、 $\angle PAB = \alpha$ 、 $\angle PBA = 2\alpha$ とする。ただし $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ である。また、 $PA = x$ 、 $PB = y$ とおく。

このとき、 x と y を α で表すと、

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sin 3\alpha}, \quad y = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\sin 3\alpha}$$

となる。数学 II で学ぶ2倍角の公式 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ を用いると、 x と y には $x = (\boxed{\text{ウ}})y$ という関係があることがわかる。したがって、 $\frac{x}{y}$ のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} < \frac{x}{y} < \boxed{\text{オ}}$$

である。

ここで、 $r = \frac{x}{x+y}$ とおくと $r = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ となる。さらに、 $\cos \alpha$ を r で表すと

$\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。したがって、 r のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} < r < \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。また、 $r > \frac{3}{5}$ が成り立つとき、 $\cos \alpha > \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

この問題で用いた考え方は三角測量と呼ばれ、スポーツにおいても定点 A、B から選手 P の位置を測定する際などに利用されている。

問題 III のア～ウ, カ, キの解答群

- | | | | |
|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|
| Ⓐ $\sin \alpha$ | Ⓑ $\cos \alpha$ | Ⓒ $1 + \sin \alpha$ | Ⓓ $1 + \cos \alpha$ |
| Ⓔ $2 \sin \alpha$ | Ⓕ $2 \cos \alpha$ | Ⓖ $1 + 2 \sin \alpha$ | Ⓗ $1 + 2 \cos \alpha$ |
| Ⓘ $\sin 2\alpha$ | Ⓙ $\cos 2\alpha$ | Ⓚ $1 + \sin 2\alpha$ | Ⓛ $1 + \cos 2\alpha$ |
| Ⓜ $2 \sin 2\alpha$ | Ⓝ $2 \cos 2\alpha$ | ⓐ $1 + 2 \sin 2\alpha$ | Ⓟ $1 + 2 \cos 2\alpha$ |

問題 III のエ, オ, コ～ソの解答群

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------------|--------------|
| Ⓐ 1 | Ⓑ 2 | Ⓒ 3 | Ⓓ 4 | Ⓔ 5 | Ⓕ 6 | Ⓖ $\sqrt{2}$ | Ⓗ $\sqrt{3}$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------------|--------------|

問題 III のク, ケの解答群

- | | | | |
|-----|--------|--------------|--------------|
| Ⓐ 1 | Ⓑ r | Ⓒ $1 + r$ | Ⓓ $1 - r$ |
| Ⓔ 2 | Ⓕ $2r$ | Ⓖ $2(1 + r)$ | Ⓗ $2(1 - r)$ |
| Ⓘ 3 | Ⓙ $3r$ | Ⓚ $3(1 + r)$ | Ⓛ $3(1 - r)$ |

(以下計算用紙)

解答上の注意

1. 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えてください。例えば、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ に $\frac{3}{4}$ と答えるところを $\frac{6}{8}$ のように答えた場合や、 $\frac{3x}{4}$ と答えるところを $\frac{6x}{8}$ のように答えた場合は**不正解**とします。

2. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。例えば、 $\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ のように答えた場合や、 $4\sqrt{2x}$ と答えるところを $2\sqrt{8x}$ のように答えた場合は**不正解**とします。

3. 根号を含む分数形で解答する場合、例えば、

$$\frac{\boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えた場合や、 $\frac{3x+2\sqrt{2y}}{2}$ と答えるところを $\frac{6x+4\sqrt{2y}}{4}$ や $\frac{6x+2\sqrt{8y}}{4}$ のように答えた場合は**不正解**とします。